



Ułamki zwykłe



Ułamki zwykłe - klasa IV – 15 – 20 godzin

1. Ułamek jako część całości
7. Ułamek jako wynik dzielenia
3. Porównywanie ułamków
2. Ułamki na osi liczbowej
5. Rozszerzanie i skracanie ułamków
1. Liczby mieszane
6. Ułamki niewłaściwe
6. Zamiana liczb mieszanych na ułamki niewłaściwe
6. Wyciąganie całości z ułamków niewłaściwych
2. Ułamki i liczby mieszane na osi liczbowej
8. Dodawanie ułamków o jednakowych mianownikach
9. Odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach
9. Odejmowanie ułamka od liczby naturalnej





Ułamki zwykłe – klasa V – 14 – 21 godzin

- Sprowadzanie ułamków do wspólnego mianownika
- Dodawanie i odejmowanie ułamków o różnych mianownikach
- Mnożenie ułamków przez liczby naturalne
- Obliczanie ułamka danej liczby
- Mnożenie ułamków
- Dzielenie ułamka przez liczbę naturalną
- Dzielenie ułamków



Ułamki i liczby mieszane - pojęcie

UŁAMKI I LICZBY MIESZANE

N
317



Bochenek chleba podzielono na 2 równe części.



Jabłko podzielono na 4 równe części.



Pizzę podzielono na 3 równe części.



Tu jest $\frac{1}{2}$ bochenka.
czytamy: *jedna druga*



Tu jest $\frac{1}{4}$ jabłka.
czytamy: *jedna czwarta*



Tu jest $\frac{2}{3}$ pizzy.
czytamy: *dwie trzecie*

Liczby $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ i $\frac{2}{3}$ to przykłady **ułamków**.

A

B

C



Ułamki i liczby mieszane - pojęcie



W zapisie ułamka wyróżniamy następujące elementy: **licznik**, **mianownik** oraz **kreskę ułamkową**.

ĆWICZENIE B. Przeczytaj poniższe ułamki. Podaj ich liczniki i mianowniki.

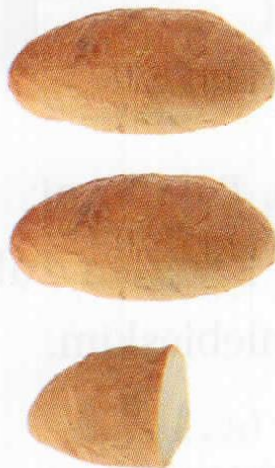
$$\frac{2}{7} \quad \frac{3}{11} \quad \frac{12}{33} \quad \frac{103}{200}$$

Mianownik wskazuje, na ile jednakowych części podzielono figurę, a licznik — ile tych części wzięto.



Ułamki i liczby mieszane - pojęcie

Przyjrzyj się kolejnym fotografiom przedstawionym poniżej.



Tu są dwa całe bochenki
i pół bochenka chleba,
czyli $2\frac{1}{2}$ chleba.

czytamy:
dwa i jedna druga



Tu jest pięć całych jabłek
i ćwierć jabłka,
czyli $5\frac{1}{4}$ jabłka.

czytamy:
pięć i jedna czwarta



Tu są trzy całe pizze
i dwie trzecie pizzy,
czyli $3\frac{2}{3}$ pizzy.

czytamy:
trzy i dwie trzecie





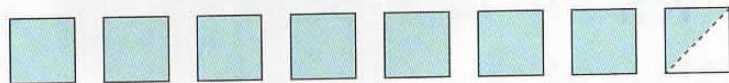
Ułamki i liczby mieszane - pojęcie

Liczby $2\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{4}$ oraz $3\frac{2}{3}$ to przykłady **liczb mieszanych**.

W liczbie mieszanej wyróżniamy część całkowitą i część ułamkową.

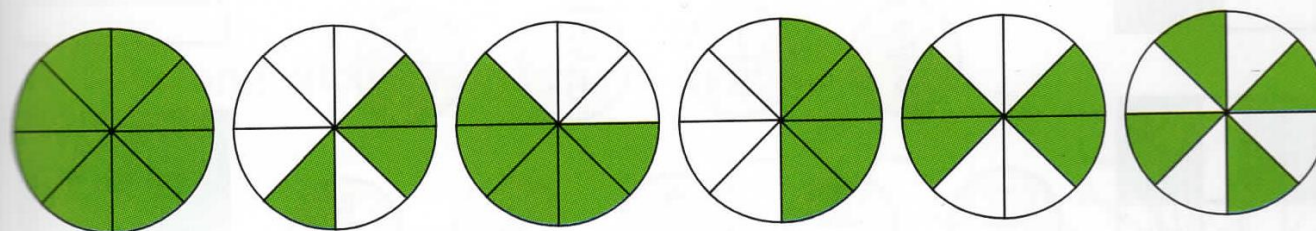
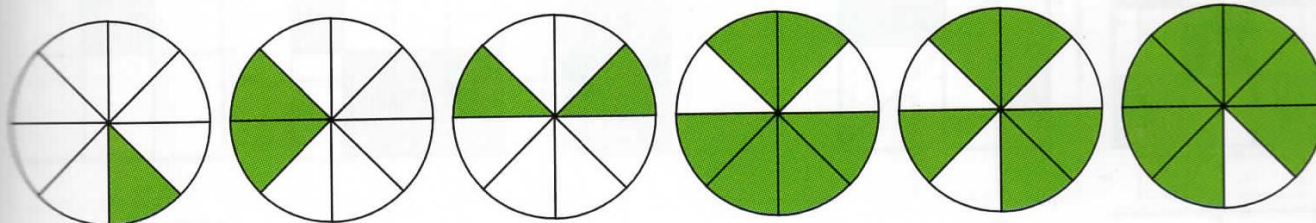


ĆWICZENIE D. Posługując się liczbami mieszanymi, odpowiedz, ile na poniższym rysunku zamalowano kwadratów, a ile kół.



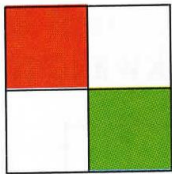
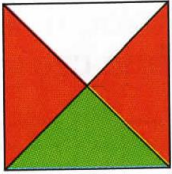
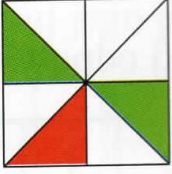
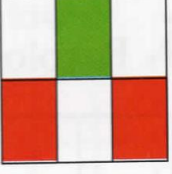
Ułamek jako część całości

3. Każde koło podzielono na osiem równych części.
Pod każdym kołem napisz, jaka jego część została pokolorowana:



Ułamek jako część całości

4. Każdy z kwadratów podzielono na równe części. Odpowiedz na pytania w tabelce:

				
Na ile równych części podzielono kwadrat?				
Ile równych części pokolorowano?				
Jaką część kwadratu pokolorowano na czerwono?				
Jaką część kwadratu pokolorowano na zielono?				

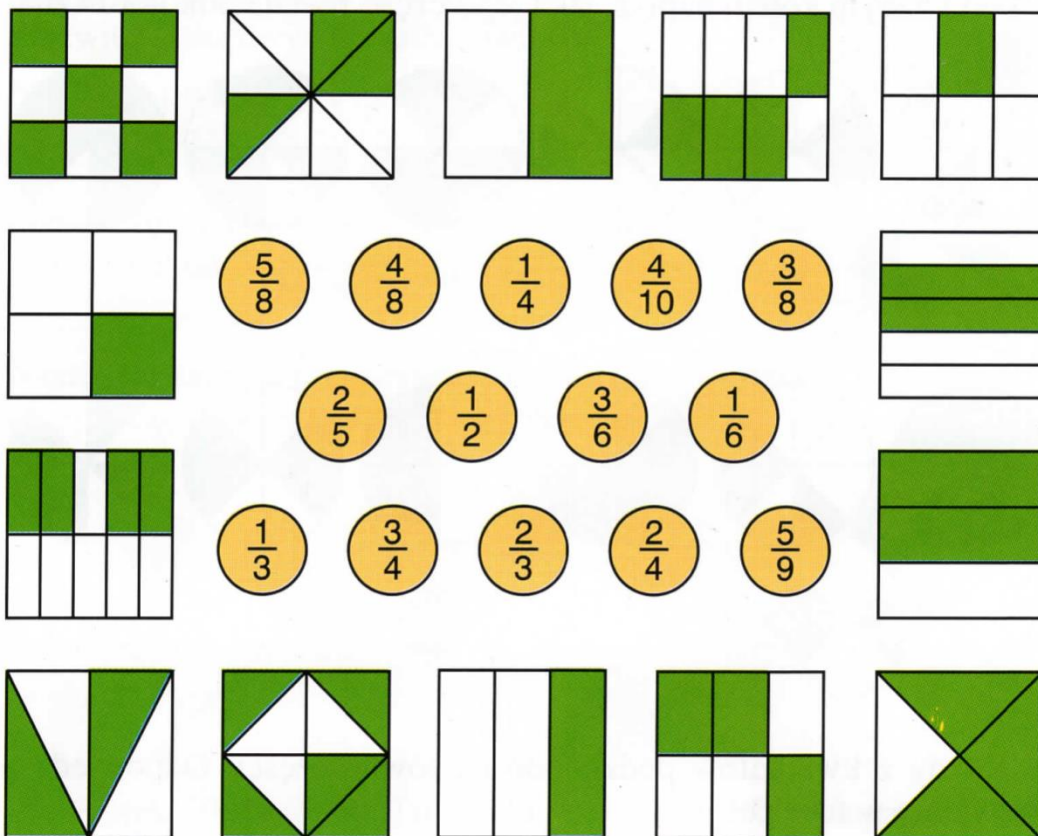
A

B

C

Ułamek jako część całości

5. Połącz ułamki z odpowiednio zamalowanymi kwadratami:



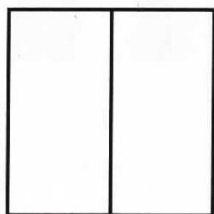
A

B

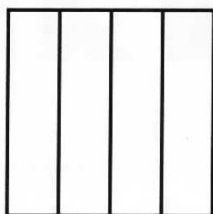
C

Ułamek jako część całości

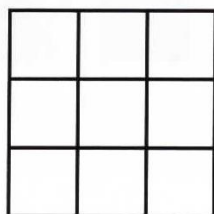
6. Pokoloruj odpowiednie części kwadratów:



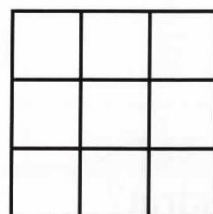
$$\frac{1}{2}$$



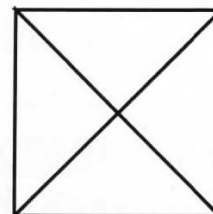
$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{1}{9}$$

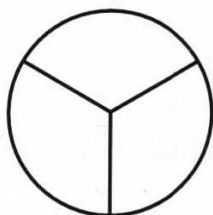


$$\frac{3}{9}$$

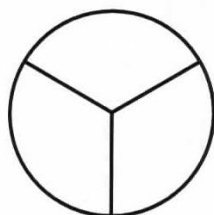


$$\frac{4}{4}$$

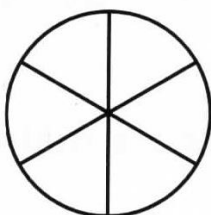
7. Pokoloruj odpowiednie części kół:



$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{3}{3}$$



$$\frac{3}{6}$$



$$\frac{4}{6}$$



$$\frac{1}{5}$$



$$\frac{3}{5}$$

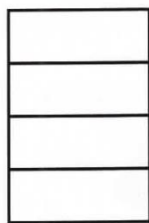


Ułamek jako część całości

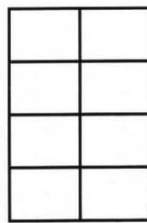
8. Pokoloruj odpowiednie części prostokątów:



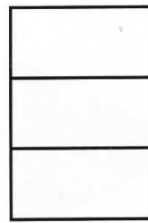
$$\frac{1}{2}$$



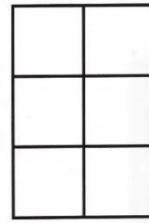
$$\frac{3}{4}$$



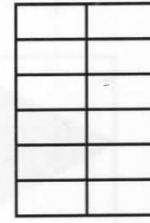
$$\frac{5}{8}$$



$$\frac{1}{3}$$

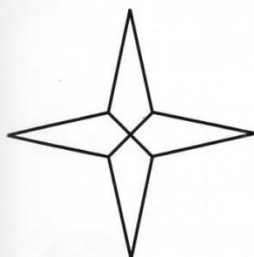


$$\frac{3}{6}$$



$$\frac{7}{12}$$

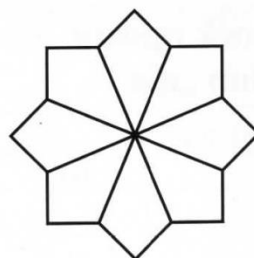
9. Pokoloruj odpowiednie części figur:



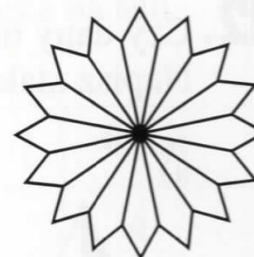
$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{2}{5}$$



$$\frac{5}{8}$$



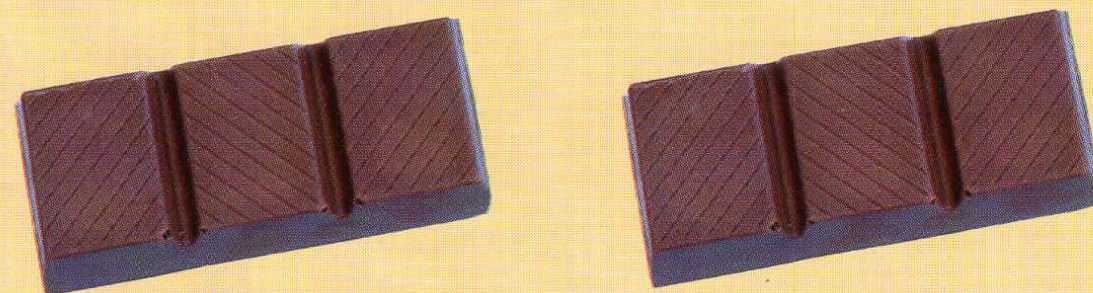
$$\frac{7}{16}$$



Ułamek jako wynik dzielenia

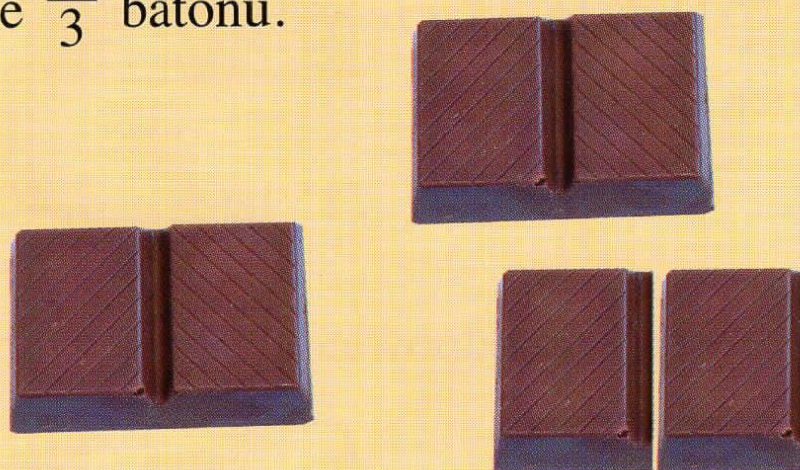
Dwa batony dzielimy po równo między trzy dziewczynki.

2 : 3



Każda dziewczynka dostanie $\frac{2}{3}$ batonu.

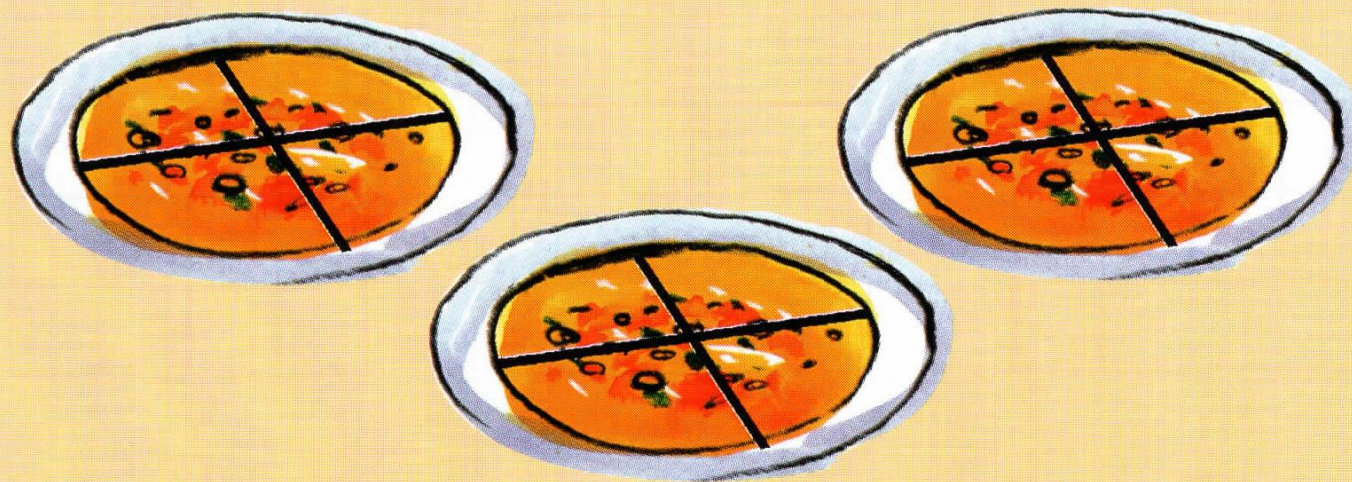
$$2 : 3 = \frac{2}{3}$$



Ułamek jako wynik dzielenia

Trzy pizze dzielimy po równo między czterech chłopców.

3 : 4



Każdy chłopiec dostanie $\frac{3}{4}$ pizzy.



$$3 : 4 = \frac{3}{4}$$



Ułamek jako wynik dzielenia

18.

- a) Dwa litry napoju rozlano po równo do trzech kielichów.
Ile napoju jest w jednym takim kielichu?
- _____



- b) Trzy litry napoju rozlano po równo do pięciu kufli.
Ile napoju jest w jednym takim kufli?
- _____



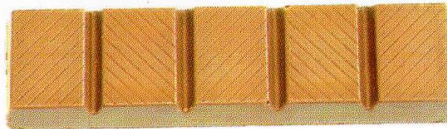
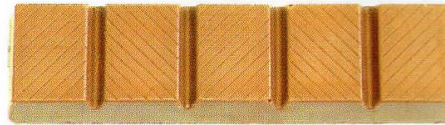
A

B

C

Ułamek jako wynik dzielenia

19. Trzy batoniki mama rozdzieliła po równo między pięcioro dzieci. Używając trzech kolorów, zaznacz na rysunku, w jaki sposób mama mogła podzielić te batoniki.



$$3 : 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

20. Wynik dzielenia przedstaw w postaci ułamka:

a) $1 : 3 = \frac{1}{3}$

d) $3 : 4 = \square$

g) $8 : 5 = \square$

b) $2 : 3 = \square$

e) $4 : 7 = \square$

h) $2 : 3 = \square$

c) $2 : 5 = \square$

f) $5 : 9 = \square$

i) $9 : 7 = \square$



Ułamek jako wynik dzielenia

21. Przedstaw ułamek w postaci dzielenia:

a) $\frac{1}{4} = 1 : 4$

d) $\frac{6}{7} =$ _____

g) $\frac{3}{2} =$ _____

b) $\frac{2}{3} =$ _____

e) $\frac{7}{8} =$ _____

h) $\frac{6}{5} =$ _____

c) $\frac{3}{5} =$ _____

f) $\frac{3}{9} =$ _____

i) $\frac{10}{7} =$ _____

22. Połącz liniami ułamki w prostokątach z odpowiednimi ilorazami w kołach:

$\frac{1}{3}$

$\frac{3}{5}$

$\frac{5}{7}$

$\frac{11}{15}$

$\frac{8}{9}$

$\frac{9}{8}$

5 : 7

1 : 3

8 : 9

3 : 5

9 : 8

11 : 15

A

B

C

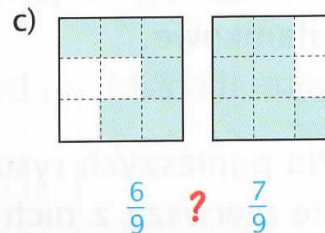
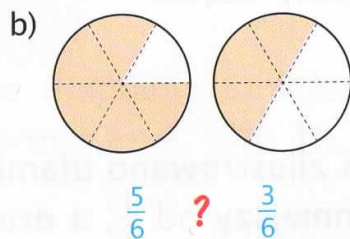
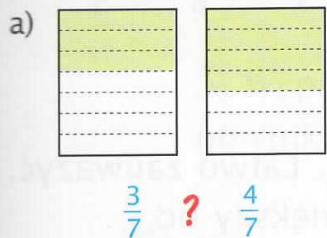
Porównywanie ułamków

PORÓWNYWANIE UŁAMKÓW

N
319

Umiesz już porównywać liczby naturalne. Ułamki są liczbami i możemy je także porównywać.

ĆWICZENIE A. Na którym z dwóch rysunków zaznaczono większą część figury? Jaki znak: < czy > należy wpisać między ułamkami?



Jeśli dwa ułamki mają jednakowe mianowniki, to ten ułamek jest większy, który ma większy licznik.

PRZYKŁADY

$$\frac{3}{8} < \frac{5}{8}$$

$$\frac{3}{10} > \frac{1}{10}$$

$$\frac{4}{7} > \frac{2}{7}$$

A

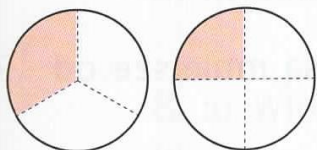
B

C

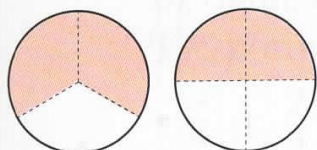
Porównywanie ułamków

ĆWICZENIE B. Jaki znak: < czy > należy wpisać między ułamkami?

rys. 1

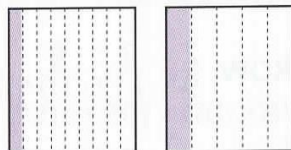


$$\frac{1}{3} \quad ? \quad \frac{1}{4}$$

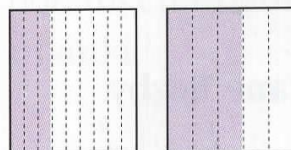


$$\frac{2}{3} \quad ? \quad \frac{2}{4}$$

rys. 2

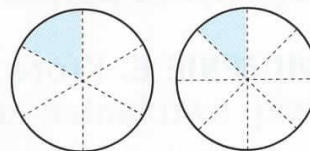


$$\frac{1}{9} \quad ? \quad \frac{1}{5}$$

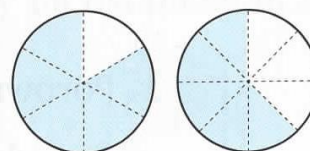


$$\frac{3}{9} \quad ? \quad \frac{3}{5}$$

rys. 3



$$\frac{1}{6} \quad ? \quad \frac{1}{8}$$



$$\frac{5}{6} \quad ? \quad \frac{5}{8}$$

Jeśli dwa ułamki mają jednakowe liczniki, to ten ułamek jest większy, który ma mniejszy mianownik.

PRZYKŁADY

$$\frac{1}{7} > \frac{1}{8}$$

$$\frac{2}{9} < \frac{2}{7}$$

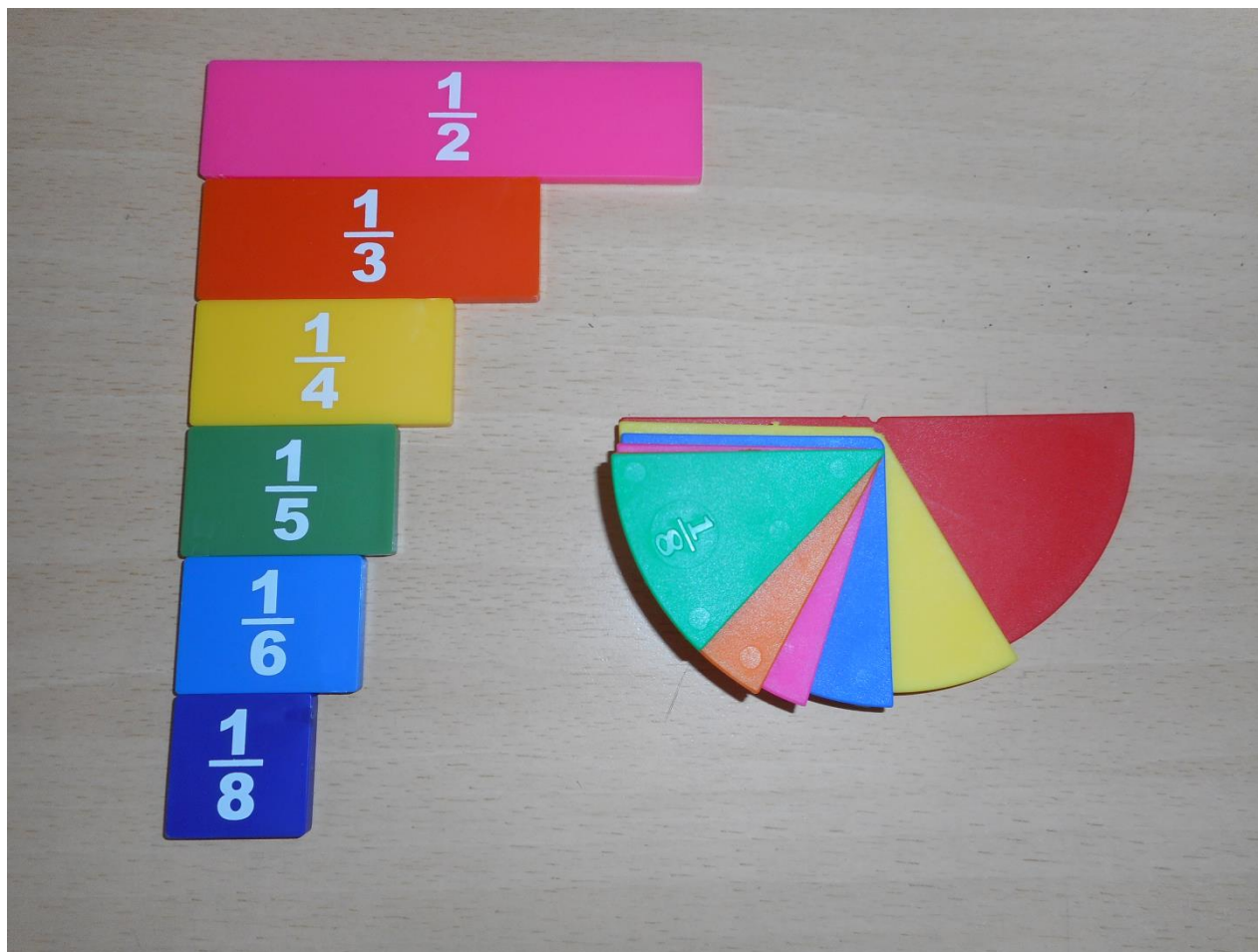
$$\frac{3}{11} > \frac{3}{17}$$

A

B

C

Porównywanie ułamków

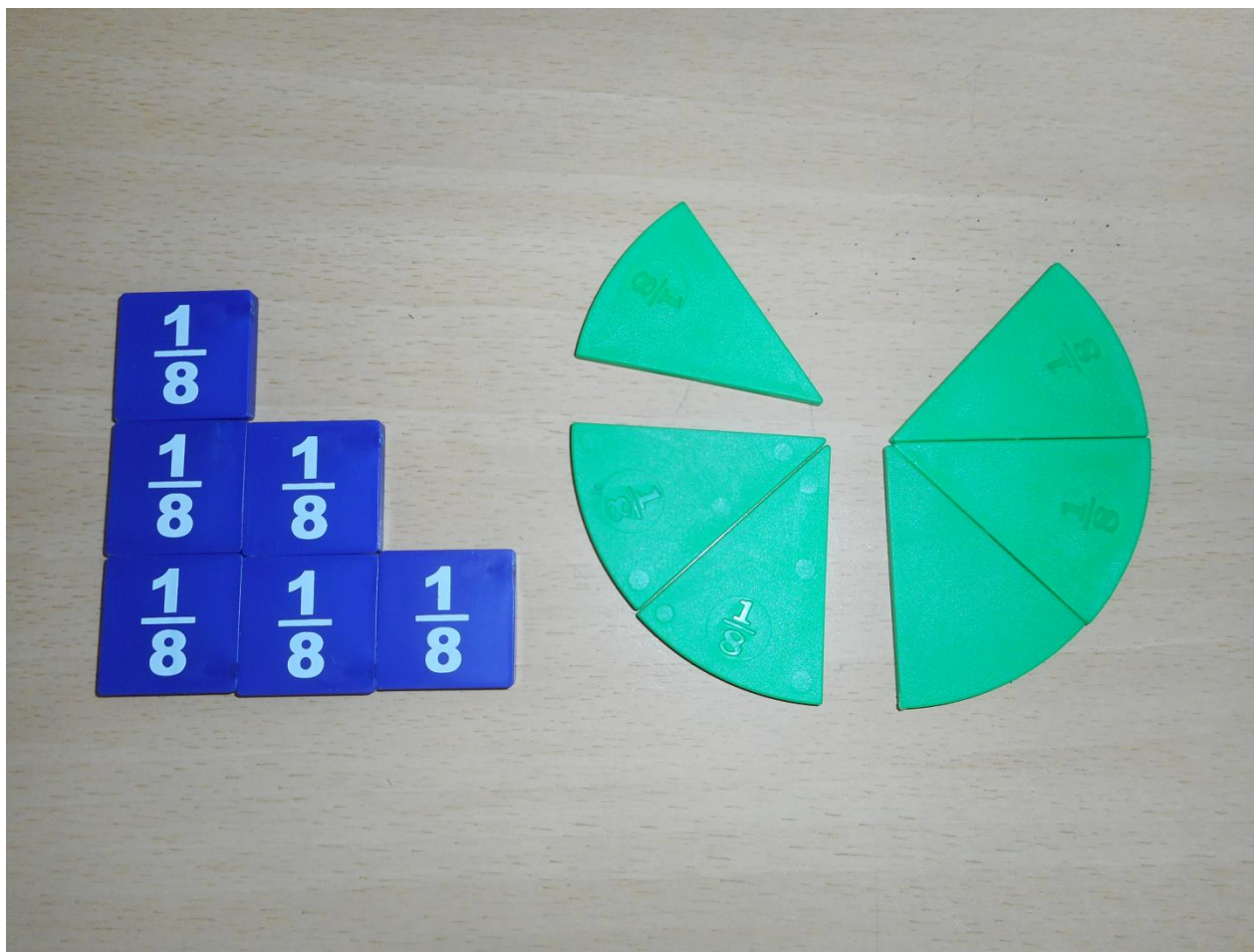


A

B

C

Porównywanie ułamków





Porównywanie ułamków

Gdy porównujemy liczby mieszane, to najpierw porównujemy ich części całkowite. Jeśli części całkowite są jednakowe, to porównujemy części ułamkowe.

PRZYKŁADY

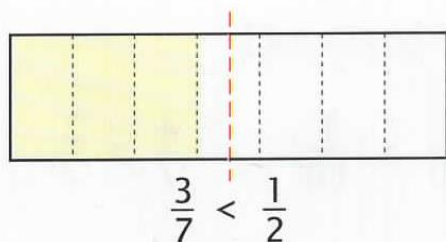
$$2\frac{3}{5} < 3\frac{1}{5} \quad 7\frac{4}{9} > 7\frac{2}{9}$$

$$6\frac{3}{8} > 5\frac{3}{5} \quad 4\frac{3}{8} < 4\frac{3}{5}$$



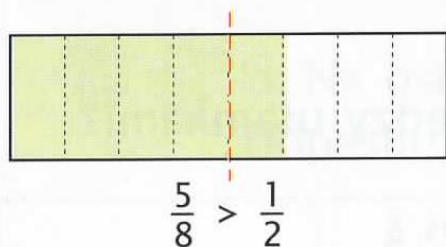
Porównywanie ułamków

Na poniższych rysunkach zilustrowano ułamki $\frac{3}{7}$ i $\frac{5}{8}$. Łatwo zauważyć, że pierwszy z nich jest mniejszy od $\frac{1}{2}$, a drugi — większy od $\frac{1}{2}$.



ĆWICZENIE D. Które z podanych ułamków są mniejsze od $\frac{1}{2}$, a które są większe od $\frac{1}{2}$?

a) $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$ b) $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}$



Gdy licznik ułamka jest mniejszy od połowy mianownika, to ułamek jest mniejszy od $\frac{1}{2}$.
Gdy licznik ułamka jest większy od połowy mianownika, to ten ułamek jest większy od $\frac{1}{2}$.

ĆWICZENIE E. Które z ułamków $\frac{2}{9}, \frac{3}{11}, \frac{8}{10}, \frac{9}{20}, \frac{12}{15}$ są mniejsze od $\frac{1}{2}$?





Porównywanie ułamków

1. Porównaj podane liczby.

a) $\frac{3}{7}$ i $\frac{4}{7}$

d) $\frac{1}{14}$ i $\frac{1}{15}$

g) $\frac{1}{9}$ i $\frac{1}{12}$

j) $\frac{4}{13}$ i $\frac{5}{13}$

b) $\frac{12}{18}$ i $\frac{11}{18}$

e) $\frac{9}{13}$ i $\frac{9}{15}$

h) $\frac{5}{9}$ i $\frac{5}{12}$

k) $\frac{3}{7}$ i $\frac{3}{8}$

c) $1\frac{3}{5}$ i $2\frac{2}{5}$

f) $6\frac{1}{7}$ i $6\frac{1}{8}$

i) $2\frac{5}{9}$ i $3\frac{5}{12}$

l) $3\frac{5}{7}$ i $4\frac{5}{6}$

2. Zapisz pięć ułamków:

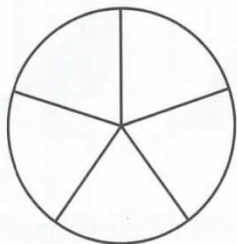
a) większych od $\frac{3}{20}$,

b) mniejszych od $\frac{3}{10}$.



Porównywanie ułamków

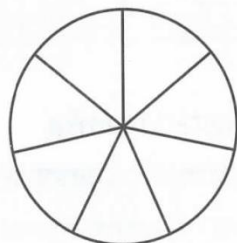
- 1 Pokoloruj odpowiednią część koła. Porównaj ułamki i uzupełnij zdania.



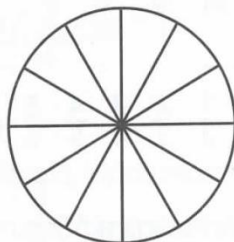
$$\frac{1}{5}$$



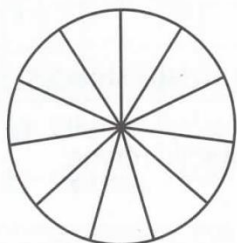
$$\frac{1}{3}$$



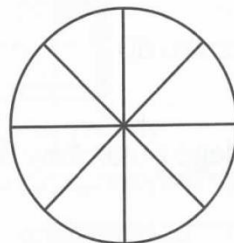
$$\frac{5}{7}$$



$$\frac{5}{12}$$



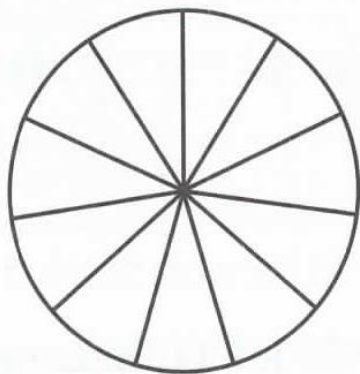
$$\frac{3}{11}$$



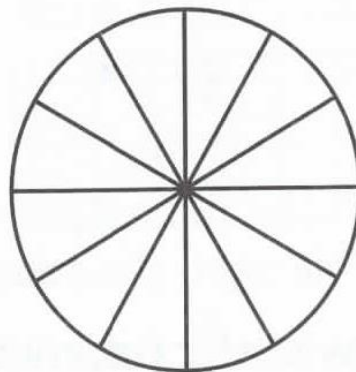
$$\frac{3}{8}$$



Porównywanie ułamków



$$\frac{10}{11}$$



$$\frac{10}{12}$$

Jeżeli dwa ułamki mają jednakowe liczniki, to ten ułamek jest większy, który ma mianownik.

Jeżeli dwa ułamki mają jednakowe liczniki, to ten ułamek jest mniejszy, który ma mianownik.



Porównywanie ułamków

2 Wstaw znak $<$, $>$ lub $=$.

a) $\frac{3}{7}$ $\frac{3}{10}$

b) $\frac{4}{13}$ $\frac{4}{9}$

c) $\frac{7}{9}$ $\frac{7}{15}$

d) $\frac{11}{3}$ $\frac{11}{12}$

e) $\frac{9}{10}$ $\frac{3}{10}$

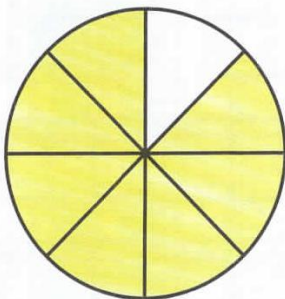
f) $\frac{4}{13}$ $\frac{8}{13}$

g) $\frac{11}{15}$ $\frac{7}{15}$

h) $\frac{51}{12}$ $\frac{11}{12}$

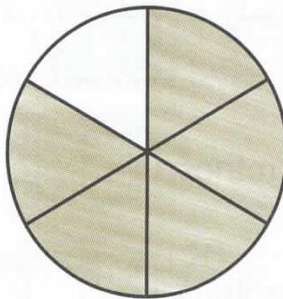
3 Porównaj ułamki.

a)



$$\frac{7}{8} = \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{21}{24}$$

$>$



$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24}$$

Wielokrotności 8: 8, 16, 24, 32, ...

Wielokrotności 6: 6, 12, 18, 24, ...

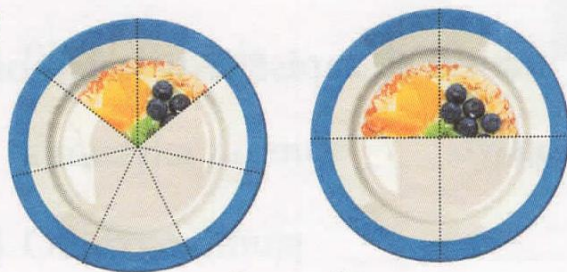
Najmniejsza wspólna wielokrotność dla 8 i 6 to 24.



Porównywanie ułamków

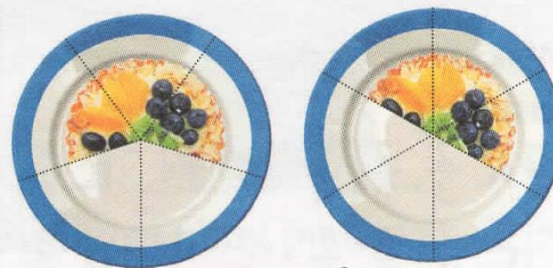
8. Na podstawie rysunków porównaj podane ułamki. Wstaw między nimi odpowiedni znak $<$ lub $>$.

a)



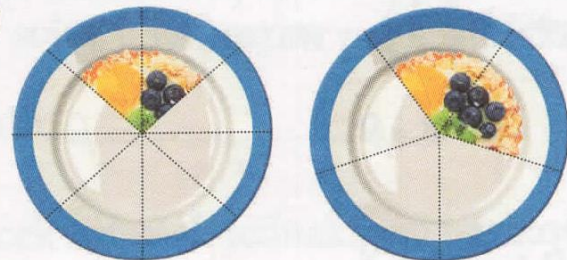
$$\frac{2}{7} \text{ — } \frac{2}{4}$$

b)



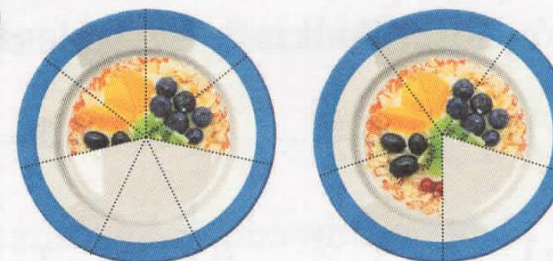
$$\frac{3}{5} \text{ — } \frac{3}{6}$$

c)



$$\frac{2}{8} \text{ — } \frac{2}{5}$$

d)



$$\frac{4}{7} \text{ — } \frac{4}{5}$$





Porównywanie ułamków

2. Rozszerz ułamki tak, aby miały taki sam mianownik. Porównaj je.

$\frac{3}{4}$ i $\frac{4}{5}$		$\frac{2}{3}$ i $\frac{3}{5}$		$\frac{3}{7}$ i $\frac{5}{8}$		$\frac{9}{15}$ i $\frac{8}{10}$		$\frac{9}{12}$ i $\frac{5}{8}$	
$\frac{15}{20}$	$\frac{16}{20}$								
$\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$									



Porównywanie ułamków

Porównywanie ułamków o różnych licznikach i mianownikach



1. Sprowadź ułamki do wspólnego mianownika i porównaj je.

$\frac{1}{4}$ i $\frac{1}{2}$;	$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$	$\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$
$\frac{5}{6}$ i $\frac{7}{12}$;	$\frac{5}{6} =$ 	$\frac{5}{6}$  $\frac{7}{12}$
$\frac{2}{3}$ i $\frac{5}{6}$;	$\frac{2}{3} =$ 	$\frac{2}{3}$  $\frac{5}{6}$
$\frac{4}{7}$ i $\frac{9}{14}$;	$\frac{4}{7} =$ 	$\frac{4}{7}$  $\frac{9}{14}$





Porównywanie ułamków

6. Uporządkuj ułamki rosnąco.

$$\frac{7}{9}, \quad \frac{7}{12}, \quad \frac{7}{8}, \quad \frac{7}{10}, \quad \frac{7}{47}, \quad \frac{7}{53}, \quad \frac{7}{13}, \quad \frac{7}{24}, \quad \frac{7}{7}$$

8. Wpisz odpowiedni znak < albo = albo >.

$$\frac{7}{15} \quad \bullet \quad \frac{8}{15}$$

$$\frac{6}{22} \quad \bullet \quad \frac{6}{21}$$

$$\frac{17}{17} \quad \bullet \quad \frac{0}{17}$$

$$\frac{19}{325} \quad \bullet \quad \frac{19}{352}$$

$$\frac{12}{23} \quad \bullet \quad \frac{11}{23}$$

$$\frac{125}{125} \quad \bullet \quad \frac{521}{521}$$

$$\frac{10}{10} \quad \bullet \quad \frac{10}{100}$$

$$\frac{0}{27} \quad \bullet \quad \frac{0}{29}$$





Porównywanie ułamków

4. W gospodarstwie rolnym obsiano $\frac{33}{100}$ pola pszenicą, $\frac{21}{100}$ żytem, a $\frac{24}{100}$ jęczmieniem. Którym zbożem obsiano największą część pola, a którym najmniejszą?

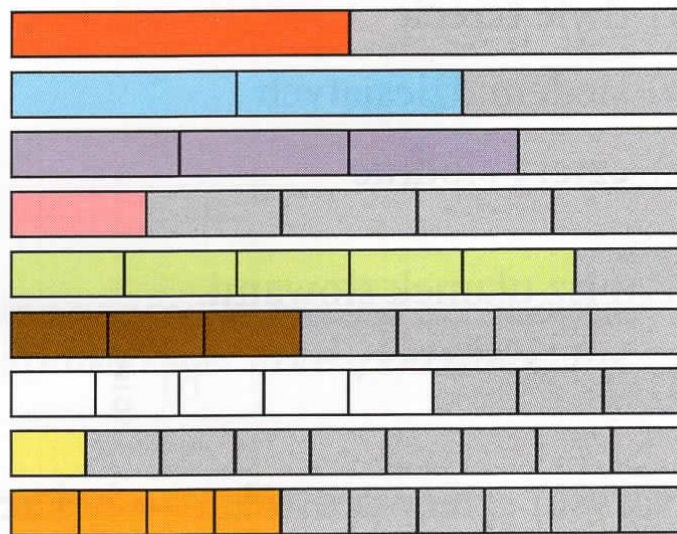
Odp. _____



Porównywanie ułamków

..8 Na rysunku poniżej przedstawiono tabliczkę ułamków. Żółtym kolorem zaznaczono na niej $\frac{1}{9}$ prostokąta, a niebieskim $\frac{2}{3}$ prostokąta. Odczytaj, jakie ułamki zaznaczono kolorami:

- a) czerwonym,
- b) zielonym,
- c) fioletowym,
- d) różowym,
- e) pomarańczowym,
- f) białym,
- g) brązowym.

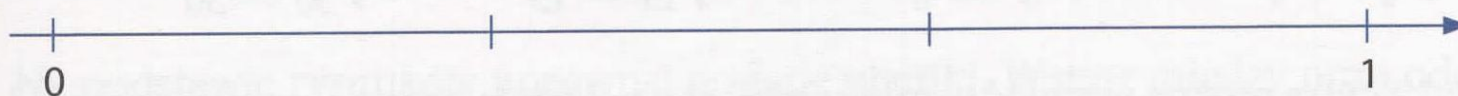




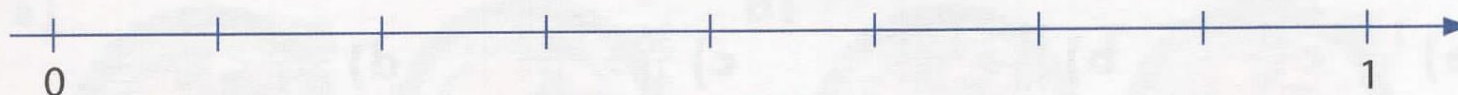
Porównywanie ułamków na osi liczbowej

2. Zaznacz na osi punkty o podanych współrzędnych.

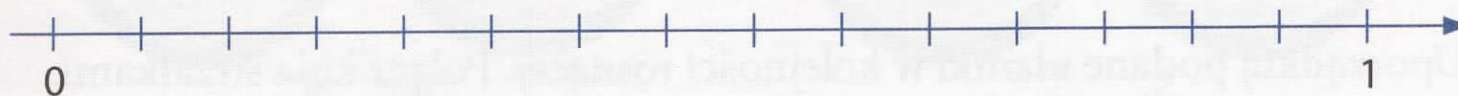
a) $C = \frac{1}{3}, D = \frac{2}{3}$



b) $F = \frac{2}{8}, G = \frac{4}{8}, H = \frac{6}{8}$



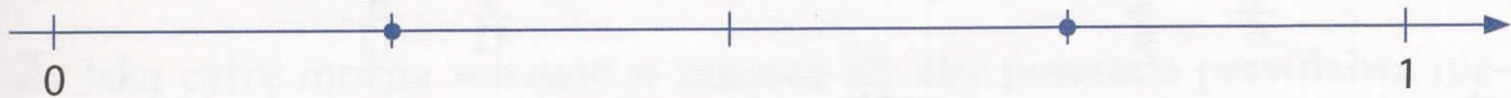
c) $K = \frac{2}{15}, L = \frac{5}{15}, M = \frac{9}{15}, N = \frac{15}{15}$



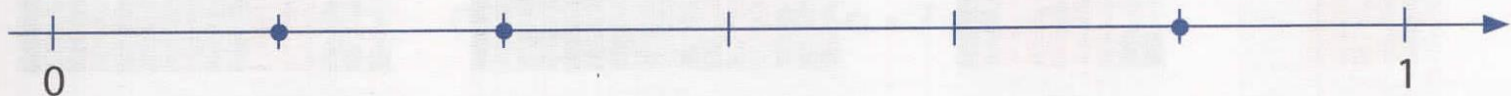
Porównywanie ułamków na osi liczbowej

1. Odczytaj współrzędne punktów i zapisz je.

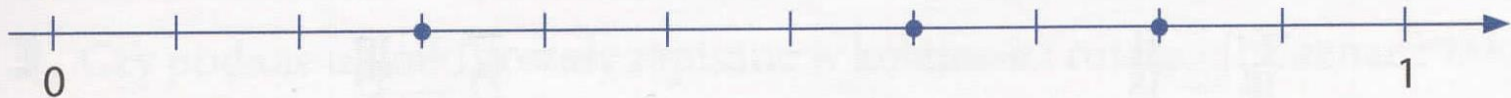
a)



b)



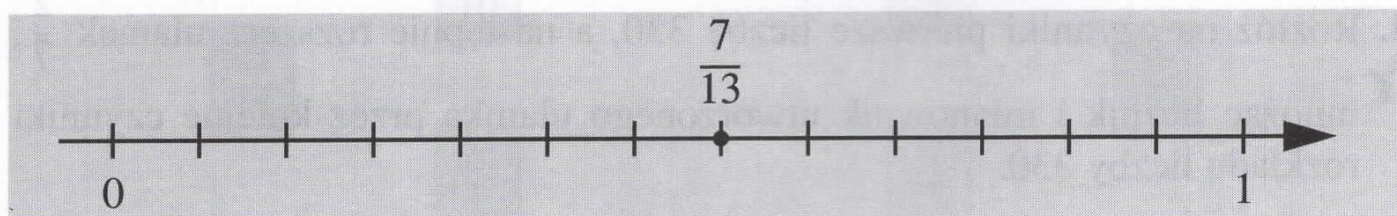
c)



Porównywanie ułamków

Porównywanie ułamków o jednakowych licznikach lub mianownikach

1. Zaznacz na osi liczbowej punkty odpowiadające ułamkom: $\frac{7}{13}$, $\frac{2}{13}$, $\frac{13}{13}$, $\frac{9}{13}$, $\frac{0}{13}$, $\frac{5}{13}$, $\frac{4}{13}$. Zapisz te ułamki w kolejności od najmniejszego do największego.



< < < < < <

2. Uporządkuj ułamki malejąco.

$\frac{4}{15}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{0}{15}$, $\frac{9}{15}$, $\frac{2}{15}$, $\frac{15}{15}$, $\frac{13}{15}$, $\frac{10}{15}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{8}{15}$

> > > > > > > > >

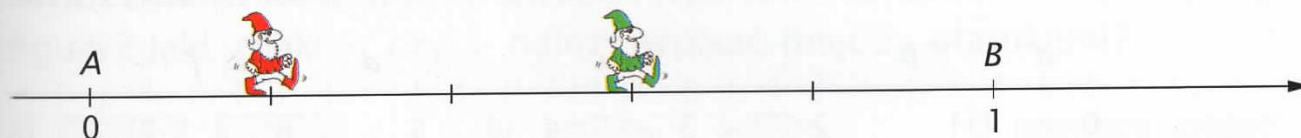


Ułamki na osi liczbowej

UŁAMKI I LICZBY MIESZANE NA OSI LICZBOWEJ

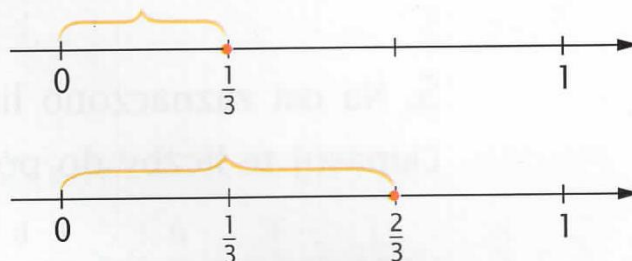
N
318

ĆWICZENIE A. Krasnoludki maszerują po osi liczbowej z punktu A do punktu B . Jaką część drogi przeszedł krasnoludek czerwony, a jaką zielony?



Ułamki, podobnie jak inne liczby, możemy zaznaczać na osi liczbowej.

Aby zaznaczyć ułamki $\frac{1}{3}$ i $\frac{2}{3}$,
dzielimy odcinek jednostkowy
na 3 równe części.



A

B

C

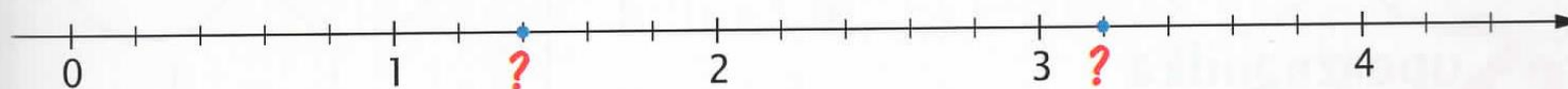


Ułamki na osi liczbowej

Na osi liczbowej można też oczywiście zaznaczać liczby mieszane. Na poniższej osi zaznaczono czerwonymi kropkami liczby $2\frac{1}{4}$ oraz $3\frac{3}{4}$.



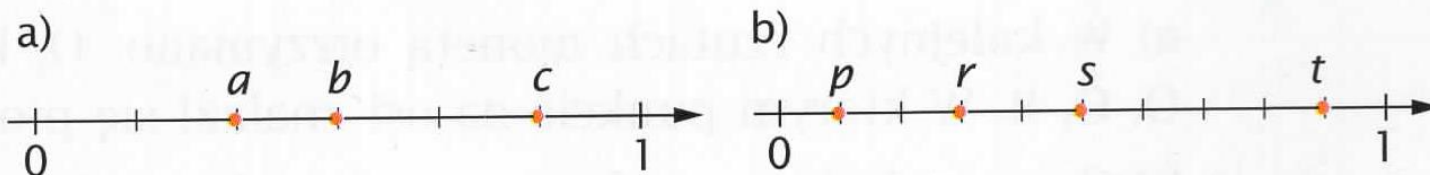
ĆWICZENIE B. Jakimi liczbami należy zastąpić znaki zapytania?





Ułamki na osi liczbowej

1. Jakie liczby zaznaczono na osiach liczbowych?



2. Narysuj oś liczbową. Za jednostkę przyjmij odcinek, który ma długość odpowiadającą 4 kratkom w zeszycie. Zaznacz liczby: $\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{4}$, $3\frac{1}{4}$, $4\frac{1}{8}$.



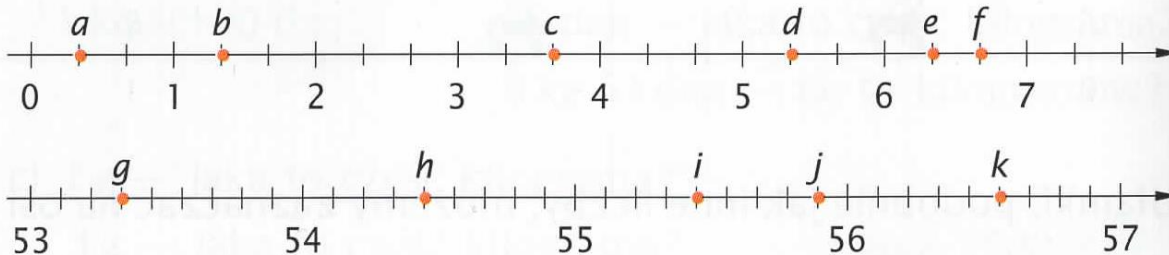
Ułamki na osi liczbowej

N
318

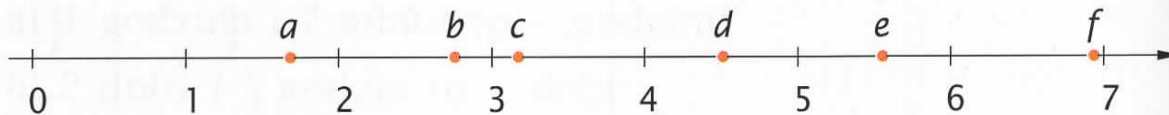
3. Na poniższych osiach zaznaczono ułamki $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ i $\frac{3}{4}$. Dopasuj te ułamki do odpowiednich punktów.



4. Odczytaj, jakie liczby zaznaczono na osiach liczbowych.



5. Na osi zaznaczono liczby: $3\frac{1}{6}$, $1\frac{2}{3}$, $5\frac{7}{12}$, $2\frac{3}{4}$, $6\frac{8}{9}$, $4\frac{1}{2}$. Dopasuj te liczby do podanych liter.



A

B

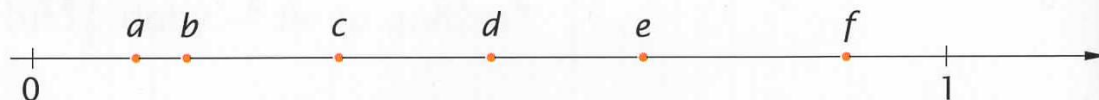
C

Ułamki na osi liczbowej

N
318



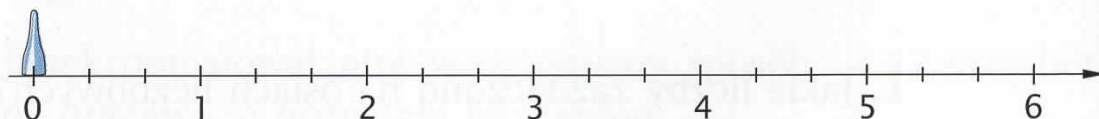
6. Na osi liczbowej zaznaczone są liczby: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{6}$.
Dopasuj te liczby do podanych liter.



Superzagadka

N
318

Rzucamy monetą. Gdy wyrzucimy orła (O), to przesuwamy pionek o $\frac{1}{3}$, a gdy wyrzucimy reszkę (R) — przesuwamy o $\frac{2}{3}$.



- W kolejnych rzutach monetą otrzymano: O, R, R, O, R, O, O, R. W którym punkcie na osi znalazł się pionek?
- Czy po ośmiu rzutach monetą pionek mógłby się znaleźć w punkcie 6?
- Po ośmiu rzutach pionek znalazł się w punkcie o współrzędnej 5. Ile razy wypadła reszka?





Ułamki na osi liczbowej

3. Wypisz wszystkie ułamki o mianowniku 37, które znajdują się na osi liczbowej między ułamkami $\frac{18}{37}$ i $\frac{28}{37}$.

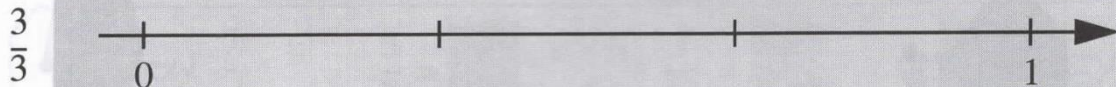
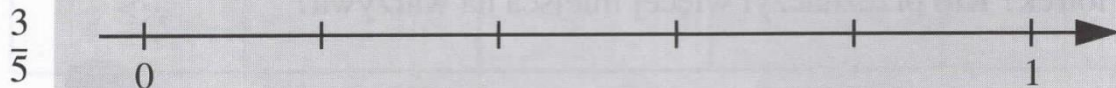
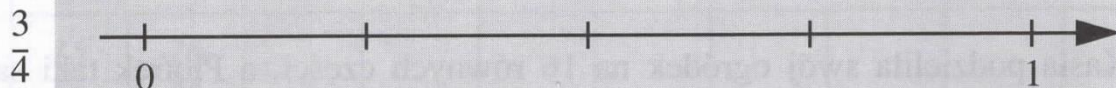
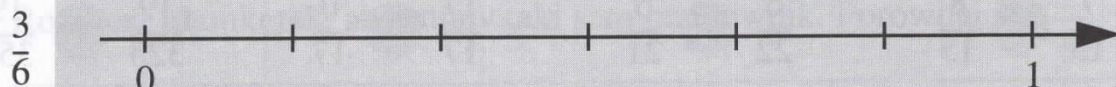
7. a) Wypisz w kolejności malejącej wszystkie ułamki o liczniku 9, które na osi liczbowej leżą między ułamkami $\frac{9}{22}$ i $\frac{9}{11}$.

b) Niektóre z tych ułamków można uprościć. Zrób to.



Ułamki na osi liczbowej

5. Zaznacz ułamki na osiach liczbowych i uzupełnij zdania.



Najmniejszym ułamkiem jest .

Największym ułamkiem jest .

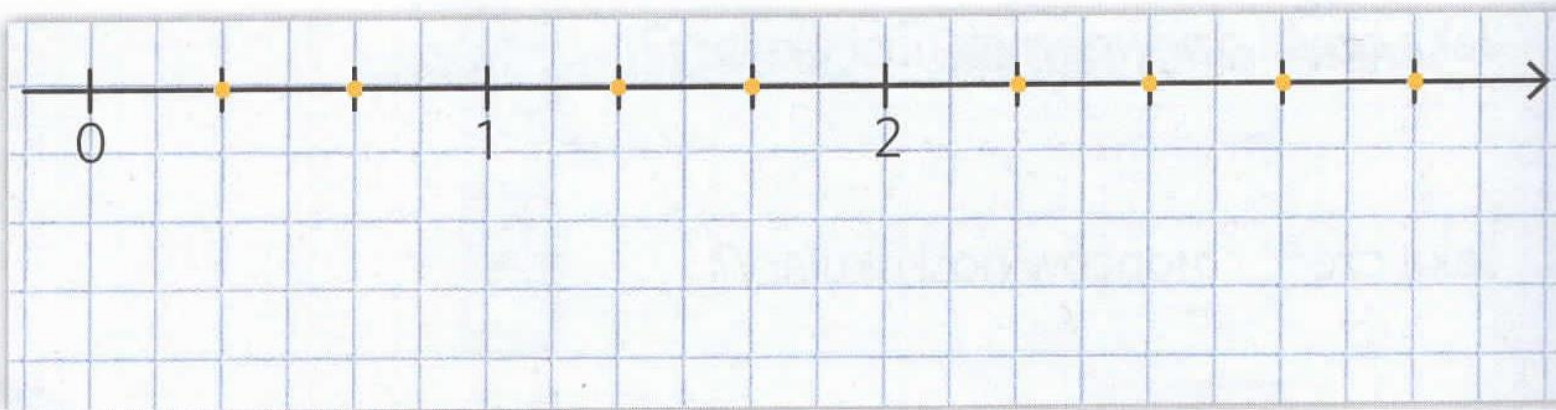


Ułamki na osi liczbowej

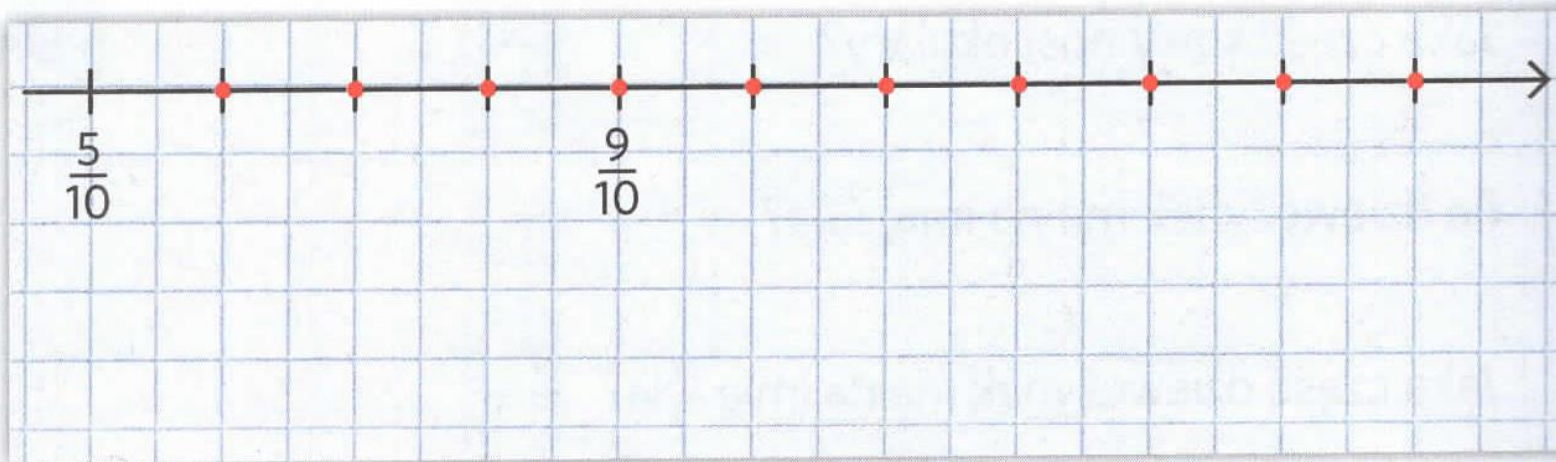
5

Odczytaj i zapisz ułamki odpowiadające wyróżnionym punktom.

a)

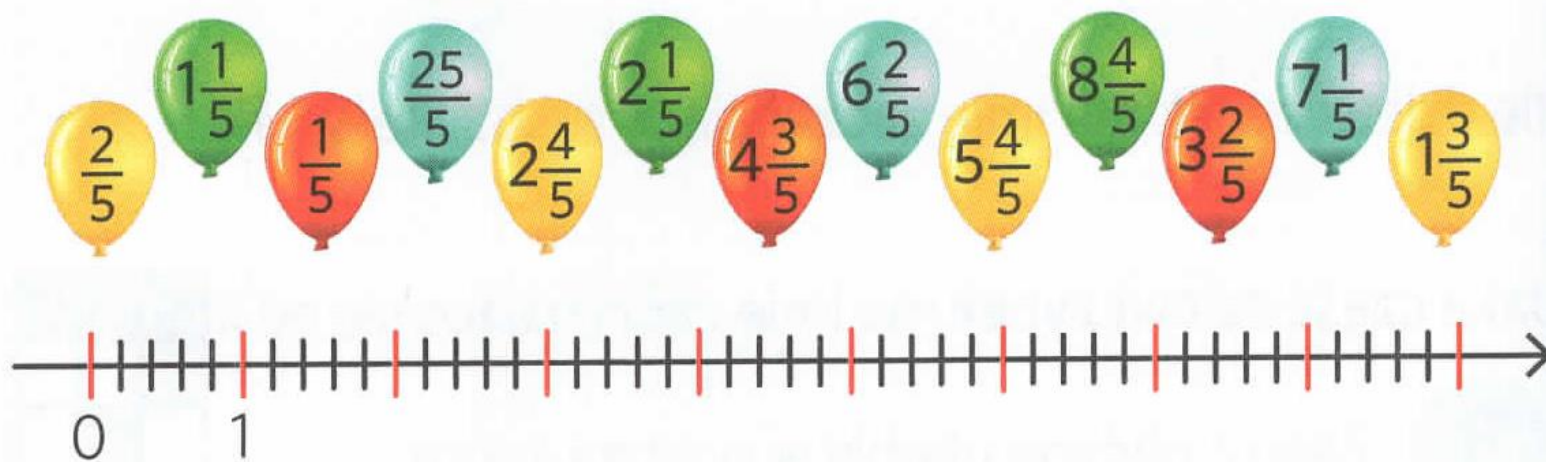


b)



Ułamki na osi liczbowej

6 Przywiąż balonik do odpowiedniego miejsca na osi liczbowej.

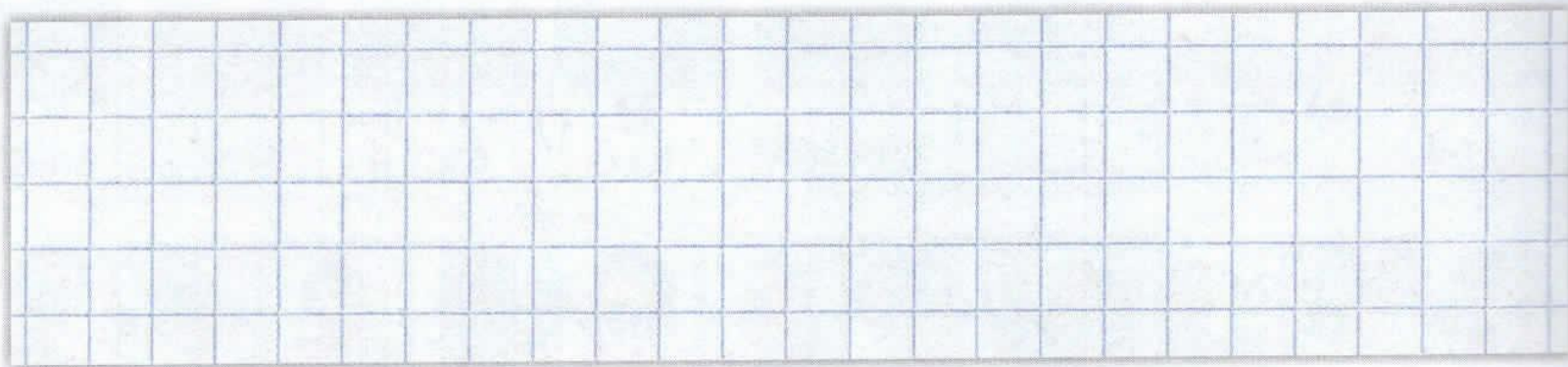




Ułamki na osi liczbowej

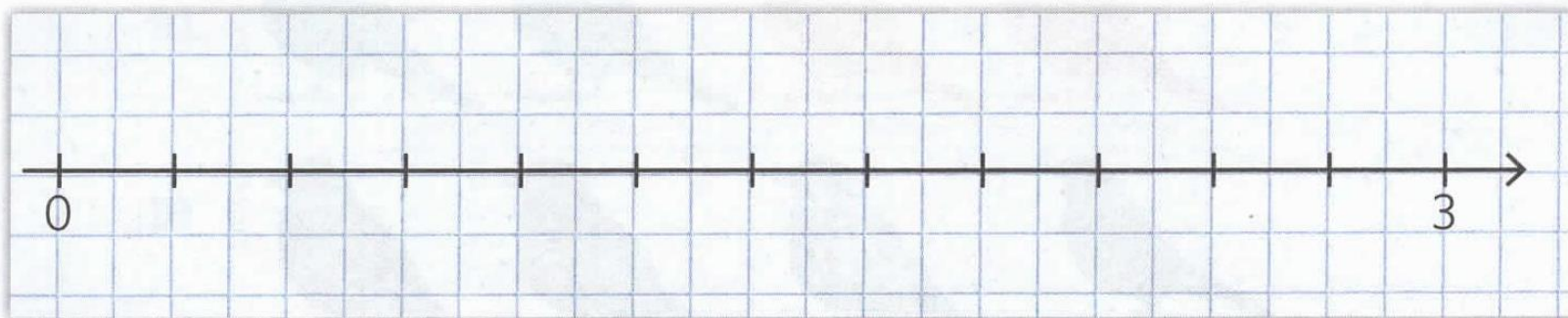
7

Dominika kupiła 3 m tasiemki na obszycie serwetek. Tasiemkę podzieliła na 12 równych kawałków. Ile metrów ma jeden kawałek tasiemki? Zapisz odpowiednie działanie. Zilustruj rozwiązanie na osi liczbowej.



Ułamki na osi liczbowej

Czy istnieje jedno rozwiązanie tego zadania? Podaj inny ułamek równy obliczonemu.



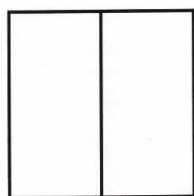
Odpowiedź: Jeden kawałek tasiemki ma  m długości.



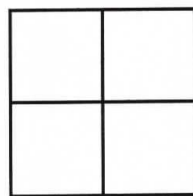
Skracanie i rozszerzanie ułamków

28. Pokoloruj odpowiednie części prostokątów:

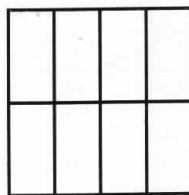
a)



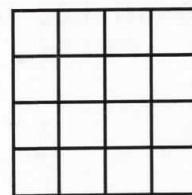
$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{2}{4}$$

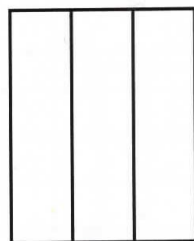


$$\frac{4}{8}$$

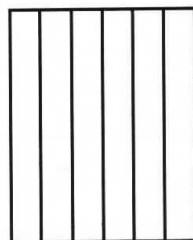


$$\frac{8}{16}$$

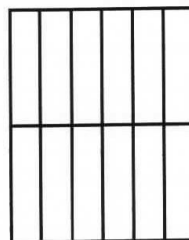
b)



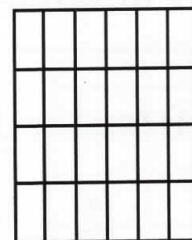
$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{4}{6}$$



$$\frac{8}{12}$$



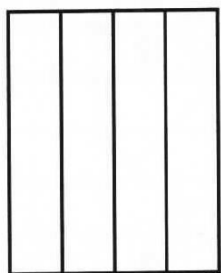
$$\frac{16}{24}$$



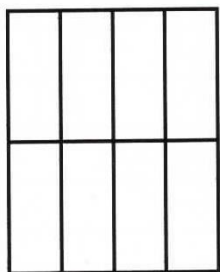


Skracanie i rozszerzanie ułamków

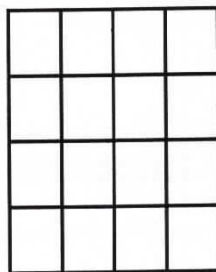
c)



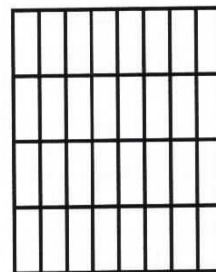
$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{6}{8}$$

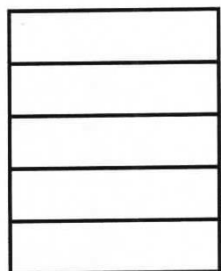


$$\frac{12}{16}$$

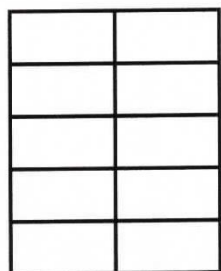


$$\frac{24}{32}$$

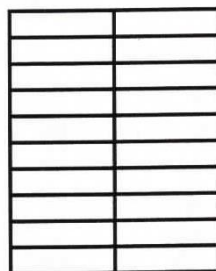
d)



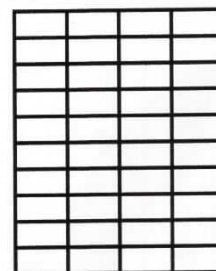
$$\frac{1}{5}$$



$$\frac{2}{10}$$



$$\frac{4}{20}$$



$$\frac{8}{40}$$



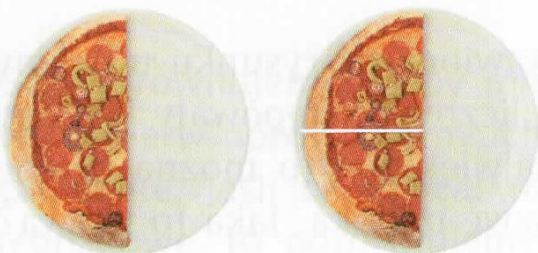
Skracanie i rozszerzanie ułamków



Skracanie i rozszerzanie ułamków

ROZSZERZANIE I SKRACANIE UŁAMKÓW

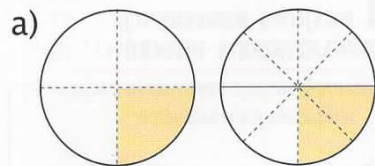
N
319



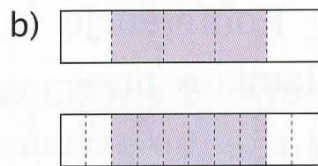
Popatrz na fotografie. Pół pizzy to tyle samo co dwie ćwiartki pizzy. Zatem ułamki $\frac{1}{2}$ i $\frac{2}{4}$ przedstawiają tę samą liczbę i możemy zapisać równość:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

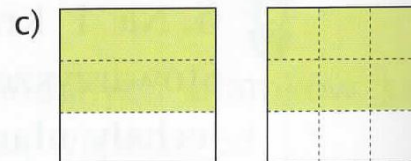
ĆWICZENIE A. Jakimi liczbami należy zastąpić znaki zapytania? Porównaj liczniki i mianowniki podanych ułamków.



$$\frac{1}{4} = \frac{?}{8}$$



$$\frac{3}{5} = \frac{6}{?}$$



$$\frac{2}{3} = \frac{?}{?}$$

A

B

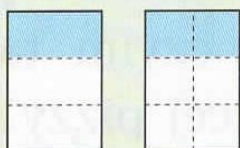
C



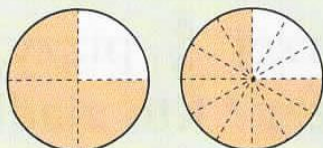
Skracanie i rozszerzanie ułamków

Jeśli pomnożymy licznik i mianownik ułamka przez tę samą liczbę różną od zera, to nie zmieni się jego wartość. Takie mnożenie licznika i mianownika ułamka nazywamy **rozszerzaniem ułamka**.

PRZYKŁADY



$$\frac{1}{3} \xrightarrow{\cdot 2} \frac{2}{6}$$
$$\frac{1}{3} \xrightarrow{\cdot 2} \frac{2}{6}$$



$$\frac{3}{4} \xrightarrow{\cdot 3} \frac{9}{12}$$
$$\frac{3}{4} \xrightarrow{\cdot 3} \frac{9}{12}$$

ĆWICZENIE B. Jakimi liczbami należy zastąpić kwadraciki?

a) $\frac{1}{2} = \frac{\blacksquare}{8}$ $\frac{1}{3} = \frac{\blacksquare}{15}$ $\frac{2}{5} = \frac{\blacksquare}{10}$

b) $\frac{1}{6} = \frac{5}{\blacksquare}$ $\frac{2}{3} = \frac{20}{\blacksquare}$ $\frac{3}{4} = \frac{18}{\blacksquare}$



Skracanie i rozszerzanie ułamków

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{4}{6} \quad \frac{9}{15}$$

$$\frac{9}{20} \quad \frac{9}{10} \quad \frac{3}{12} \quad \frac{6}{15} \quad \frac{12}{30}$$

N
319

1. Każdy z podanych ułamków zapisz:

a) w postaci ułamka o mianowniku 60,

b) w postaci ułamka o liczniku 36.

2. Zamień podane ułamki na ułamki nieskracalne.

$$\frac{25}{45} \quad \frac{16}{24} \quad \frac{48}{120} \quad \frac{75}{100} \quad \frac{21}{91} \quad \frac{36}{78} \quad \frac{100}{10000} \quad \frac{55}{99}$$

3. Skróć oba ułamki i odpowiedz, czy są one równe.

a) $\frac{6}{8}$ i $\frac{9}{12}$ b) $\frac{6}{10}$ i $\frac{9}{15}$ c) $\frac{6}{24}$ i $\frac{10}{40}$ d) $\frac{12}{21}$ i $\frac{16}{28}$

4. Porównaj podane ułamki, rozszerzając jeden z nich lub oba tak, aby miały ten sam mianownik.

$$\frac{3}{5} = \frac{21}{35} \quad \frac{4}{7} = \frac{20}{35}$$

więc

$$\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$$

a) $\frac{2}{5}$ i $\frac{3}{8}$ b) $\frac{3}{4}$ i $\frac{7}{9}$ c) $\frac{3}{5}$ i $\frac{7}{10}$





Skracanie i rozszerzanie ułamków

Jeżeli licznik i mianownik ułamka podzielimy przez tę samą liczbę, to także nie zmienimy jego wartości.

Dzielenie licznika i mianownika ułamka przez tę samą liczbę nazywamy **skracaniem ułamka**.

PRZYKŁADY

$$\frac{2}{6} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} :2 \\ = \\ :2 \end{smallmatrix}} \frac{1}{3}$$

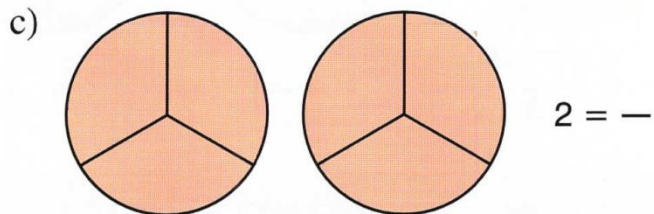
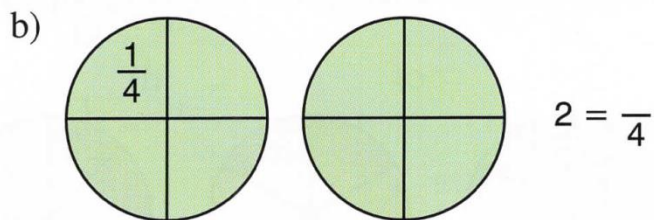
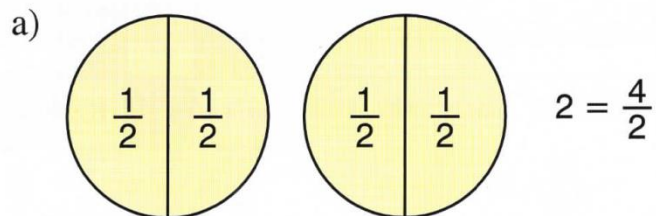
$$\frac{6}{9} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} :3 \\ = \\ :3 \end{smallmatrix}} \frac{2}{3}$$

Każdy ułamek można rozszerzyć, ale nie każdy można skrócić. Nie można na przykład skrócić ułamków: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{11}{13}$, $\frac{8}{15}$ itp. Takie ułamki nazywamy **nieskracalnymi**.



Skracanie i rozszerzanie ułamków

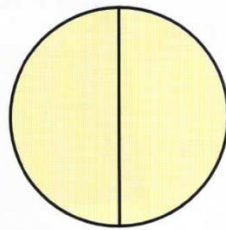
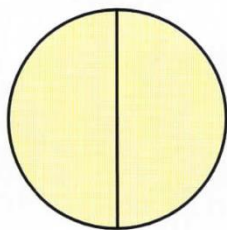
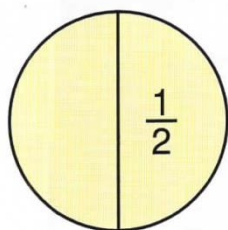
41. Na każdym rysunku zamalowane są dwa koła. W każdą część koła wpisz odpowiedni ułamek, a następnie uzupełnij napisy:



Skracanie i rozszerzanie ułamków

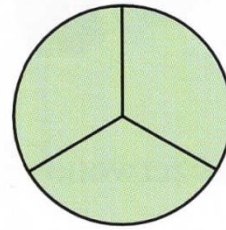
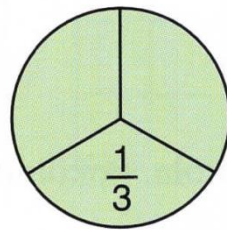
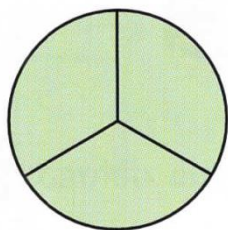
42. Na każdym rysunku zamalowane są trzy koła. W każdą część koła wpisz odpowiedni ułamek, a następnie uzupełnij napisy:

a)



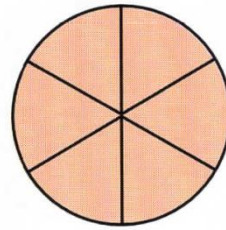
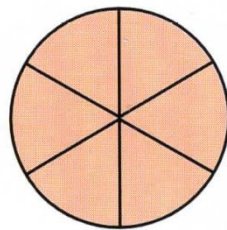
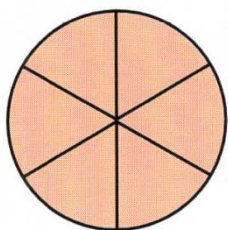
$$3 = \frac{6}{2}$$

b)



$$3 = \text{—}$$

c)



$$3 = \text{—}$$





Skracanie i rozszerzanie ułamków

43. Uzupełnij:

a) $4 = \frac{\quad}{2}$, $4 = \frac{\quad}{4}$

b) $4 = \frac{\quad}{3}$, $4 = \frac{\quad}{6}$

44. Uzupełnij:

a) $5 = \frac{\quad}{2}$, $5 = \frac{\quad}{3}$

b) $10 = \frac{\quad}{2}$, $10 = \frac{\quad}{3}$

c) $6 = \frac{\quad}{2}$, $6 = \frac{\quad}{4}$

d) $12 = \frac{\quad}{2}$, $12 = \frac{\quad}{4}$





Skracanie i rozszerzanie ułamków

5. Uzupełnij zdanie.

Aby rozszerzyć ułamek, należy _____ i _____
tego ułamka _____ przez tę samą liczbę różną od _____.

6. Rozszerz ułamek $\frac{5}{6}$ tak, aby otrzymać równe mu ułamki o mianownikach 12, 30, 42, 60.

$$\frac{5}{6} = \boxed{} = \boxed{} = \boxed{} = \boxed{}$$

7. a) Czy można rozszerzyć ułamek $\frac{4}{7}$ tak, aby jego licznik był równy 10?
★ _____

b) Czy można rozszerzyć ułamek $\frac{4}{7}$ tak, aby jego mianownik był równy 100?



Skracanie i rozszerzanie ułamków

4.2. Skracanie i rozszerzanie ułamków

1 a) Skróć ułamki przez 3.

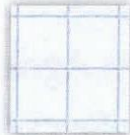
$$\frac{3}{9} =$$


$$\frac{6}{21} =$$


$$\frac{9}{30} =$$


$$\frac{18}{24} =$$


b) Skróć ułamki przez 7.

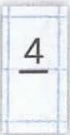
$$\frac{7}{14} =$$


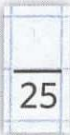
$$\frac{21}{28} =$$

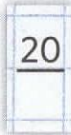

$$\frac{35}{42} =$$


$$\frac{70}{77} =$$


2 Rozszerz ułamki.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{ }$$


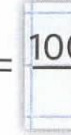
$$\frac{4}{5} = \frac{ }{25}$$


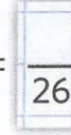
$$\frac{5}{6} = \frac{20}{ }$$


$$\frac{1}{7} = \frac{ }{49}$$


$$\frac{3}{4} = \frac{12}{ }$$


$$\frac{5}{7} = \frac{ }{14}$$


$$\frac{10}{20} = \frac{100}{ }$$


$$\frac{11}{13} = \frac{ }{26}$$




Ułamki niewłaściwe

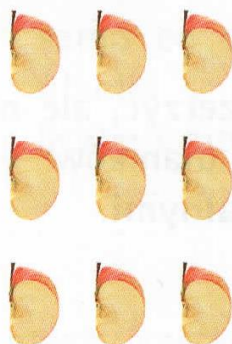


UŁAMKI NIEWŁAŚCIWE

N
320



Tu są 3 połówki,
czyli $\frac{3}{2}$ bochenka chleba.



Tu jest 9 ćwiartek,
czyli $\frac{9}{4}$ jabłka.



Tu są 2 połówki,
czyli $\frac{2}{2}$ tortu.

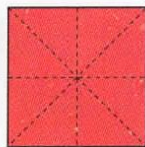
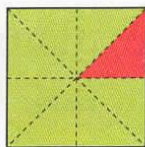
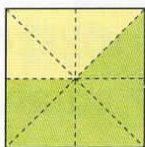
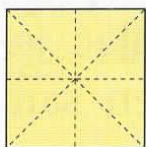
W ułamkach $\frac{3}{2}$ i $\frac{9}{4}$ licznik jest większy od mianownika, a w ułamku $\frac{2}{2}$ licznik jest równy mianownikowi. Liczby $\frac{3}{2}$, $\frac{9}{4}$ i $\frac{2}{2}$ to przykłady **ułamków niewłaściwych**. Ułamki, w których licznik jest mniejszy od mianownika, np. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{9}$, nazywamy **ułamkami właściwymi**.





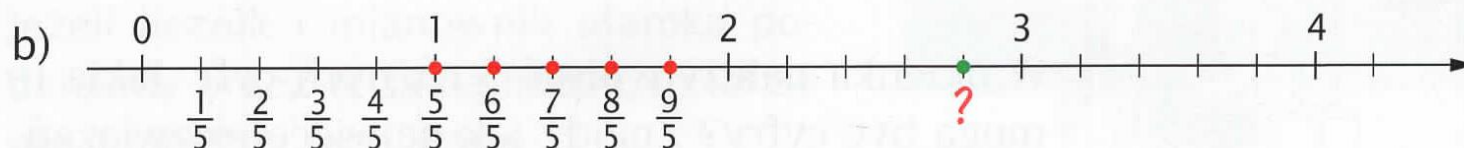
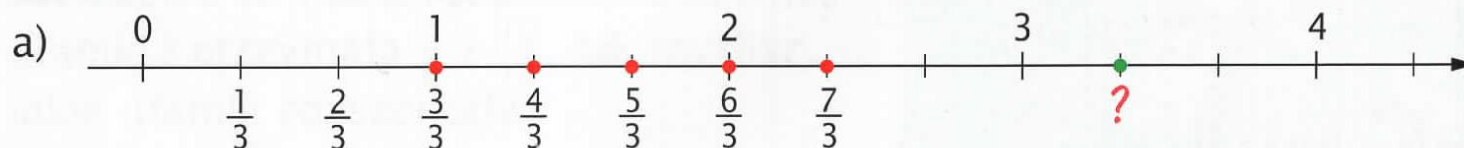
Ułamki niewłaściwe

ĆWICZENIE B. Na rysunku kolorem żółtym zamalowano $\frac{11}{8}$ kwadratu.



Określ za pomocą ułamków niewłaściwych części zamalowane na zielono i na czerwono.

ĆWICZENIE C. Na osiach zaznaczono kolorowymi kropkami kilka ułamków niewłaściwych. Jakie ułamki zaznaczono na osiach zielonymi kropkami?

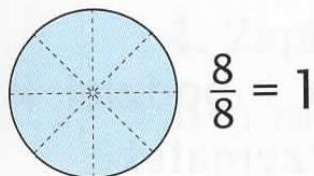
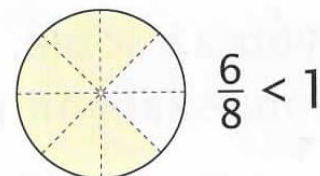




Ułamki niewłaściwe

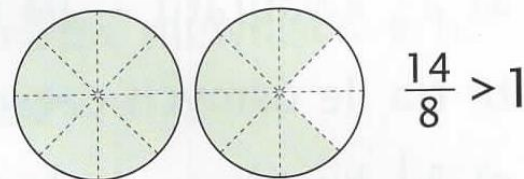
Zauważ, że ułamki niewłaściwe są liczbami większymi od 1 lub są równe 1. Ułamki właściwe są mniejsze od 1.

Gdy licznik jest mniejszy od mianownika, to ułamek jest liczbą mniejszą od 1.



Gdy licznik jest równy mianownikowi, to ułamek jest równy 1.

Gdy licznik jest większy od mianownika, to ułamek jest liczbą większą od 1.



Ułamek jako wynik dzielenia



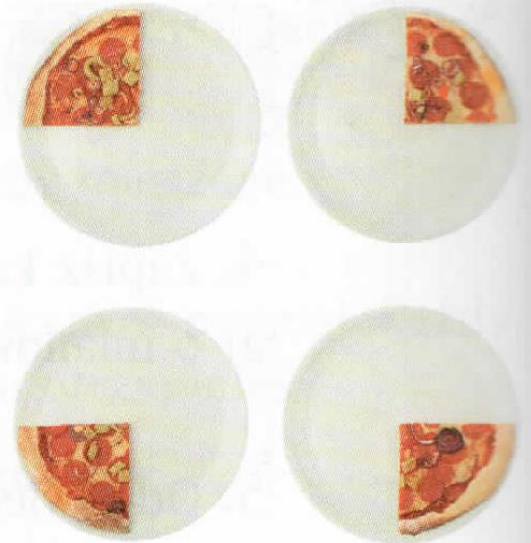
UŁAMEK JAKO WYNIK DZIELENIA

N
320



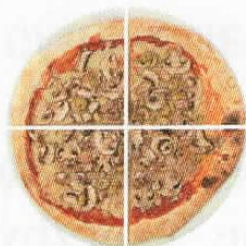
Podzielimy między czworo dzieci jedną pizzę. Przy sprawiedliwym podziale każde z dzieci dostanie ćwierć pizzy. Zatem wynikiem dzielenia $1 : 4$ jest ułamek $\frac{1}{4}$.

$$1 : 4 = \frac{1}{4}$$

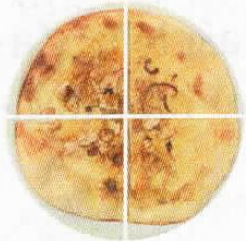


Ułamek jako wynik dzielenia

Zastanówmy się teraz, jak sprawiedliwie podzielić trzy pizze między czworo dzieci. Można to zrobić w następujący sposób:



Jest czworo dzieci, więc każdą pizzę dzielimy na 4 jednakowe części. Każde dziecko otrzyma 1 ćwiartkę każdej pizzy.



Gdy rozdzielimy 3 pizze, każde dziecko będzie miało na talerzu 3 ćwiartki, czyli $\frac{3}{4}$ pizzy. Zatem wynikiem dzielenia $3 : 4$ jest ułamek $\frac{3}{4}$.

$$3 : 4 = \frac{3}{4}$$





Ułamek jako wynik dzielenia

PRZYKŁADY

$$3 : 5 = \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{9} = 1 : 9$$

$$8 : 6 = \frac{8}{6}$$

$$\frac{7}{4} = 7 : 4$$

Każdy iloraz możemy zapisać w postaci ułamka i odwrotnie — każdy ułamek możemy zapisać w postaci ilorazu dwóch liczb. Kreska ułamkowa zastępuje znak dzielenia.



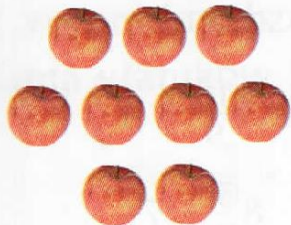
Ułamek jako wynik dzielenia

Korzystając z tego, że ułamek można zapisać jako iloraz dwóch liczb, możemy zamieniać ułamki niewłaściwe na liczby naturalne lub na liczby mieszane. Popatrz, jak zamieniamy ułamek $\frac{9}{4}$ na liczbę mieszaną.

Korzystamy z równości

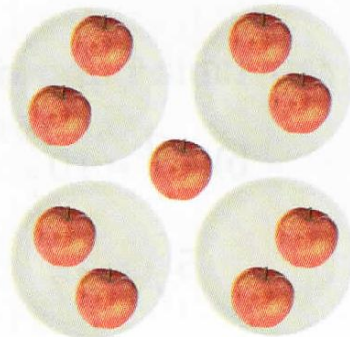
$$\frac{9}{4} = 9 : 4$$

Podzielimy 9 jabłek między 4 osoby.



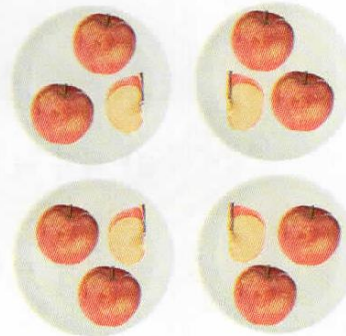
Każda osoba dostanie po 2 jabłka i zostanie jedno jabłko do podziału.

$$9 : 4 = 2 \text{ reszta } 1$$



Po ostatecznym podziale każda osoba dostanie po $2\frac{1}{4}$ jabłka.

$$\frac{9}{4} = 9 : 4 = 2\frac{1}{4}$$





Wyłączanie całości z ułamka

Śledząc powyższy przykład, można zauważyć, że przy zamianie ułamka na liczbę mieszaną wykonujemy dzielenie z resztą.

PRZYKŁADY

$$\frac{13}{4} = ?$$

$$\frac{13}{4} = 13 : 4 = 3 \text{ r } 1$$

$$\frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$$

$$\frac{47}{7} = ?$$

$$\frac{47}{7} = 47 : 7 = 6 \text{ r } 5$$

$$\frac{47}{7} = 6\frac{5}{7}$$

$$\frac{36}{9} = ?$$

$$\frac{36}{9} = 36 : 9 = 4$$

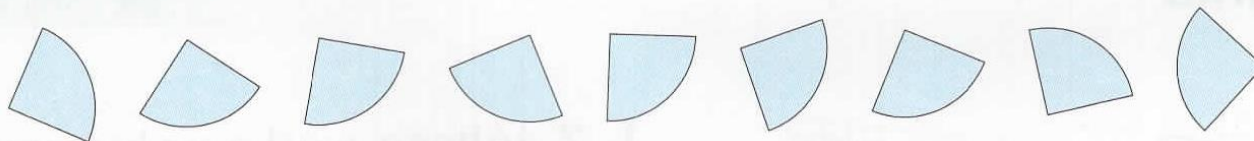
$$\frac{36}{9} = 4$$

Zamianę ułamka na liczbę mieszaną lub liczbę naturalną nazywamy krótko **wyłączaniem całości z ułamka**.

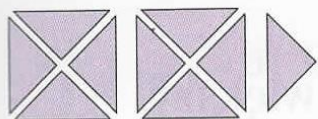


Ułamki niewłaściwe i liczby mieszane

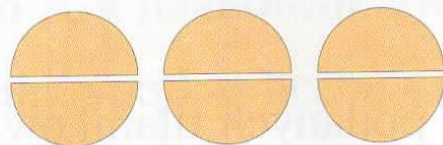
ĆWICZENIE E. Mamy 9 jednakowych ćwiartek, czyli $\frac{9}{4}$ koła. Ile całych kół można złożyć z tych ćwiartek i ile ćwiartek zostanie? Jaką liczbą mieszaną można zastąpić ułamek $\frac{9}{4}$?



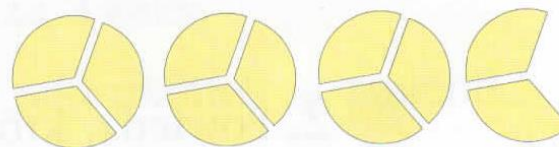
Przyjrzyj się poniższym rysunkom. Każdy z nich został opisany na dwa sposoby — za pomocą ułamka niewłaściwego i liczby mieszanej (bądź liczby naturalnej).



$$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$



$$\frac{6}{2} = 3$$

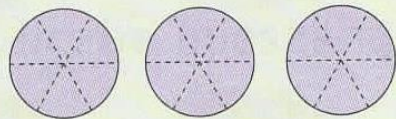


$$\frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$$

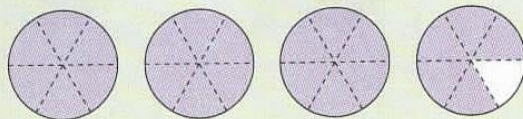


Zamiana liczb mieszanych na ułamki niewłaściwe

PRZYKŁADY



$$3 = \frac{18}{6} \quad \leftarrow 3 \cdot 6$$



$$3\frac{5}{6} = \frac{23}{6} \quad \leftarrow 3 \cdot 6 + 5$$

N
320

6. Przyjrzyj się, w jaki sposób można zamienić liczby naturalne i liczby mieszane na ułamki niewłaściwe. Zamień poniżej podane liczby na ułamki niewłaściwe.

a) $1\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$ 3 $7\frac{1}{2}$

b) $1\frac{1}{3}$ 2 $3\frac{2}{3}$ $4\frac{1}{3}$

c) $1\frac{1}{4}$ $2\frac{1}{4}$ $3\frac{3}{4}$ 4

d) $1\frac{1}{7}$ $2\frac{3}{7}$ 5 $6\frac{5}{7}$





Zamiana liczb mieszanych na ułamki niewłaściwe



N
320

Pewien chochlik ułamkowy, gdy spotyka liczbę mieszaną, zamienia ją na ułamek, a następnie zmniejsza licznik tego ułamka o 3, a mianownik zwiększa 3 razy.

- a) Chochlik spotkał liczbę $4\frac{7}{9}$. W jaki ułamek ją zmienił?
- b) Chochlik spotkał pewną liczbę i zmienił ją w ułamek $\frac{2}{9}$. Jaka to była liczba?





Zamiana liczb mieszanych na ułamki niewłaściwe

B3 Zapisz w postaci ułamka.

a) $1\frac{7}{10} =$

b) $3\frac{4}{13} =$

c) $5\frac{7}{19} =$

d) $4\frac{8}{8} =$

e) $11\frac{7}{12} =$

f) $19\frac{8}{15} =$





Wyciąganie całości z ułamków niewłaściwych

B4 Zapisz w postaci liczby mieszanej.

$$\text{a) } \frac{21}{8} =$$

$$\text{b) } \frac{64}{13} =$$

$$\text{c) } \frac{100}{17} =$$

$$\text{d) } \frac{148}{23} =$$

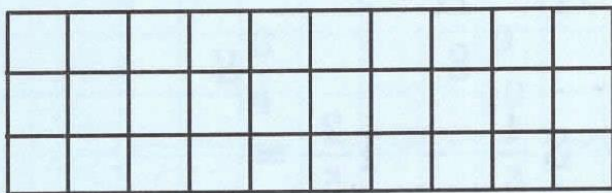




Powtórzenie

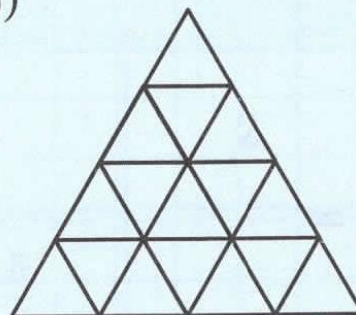
B1 Zamaluj podaną część figury.

a)



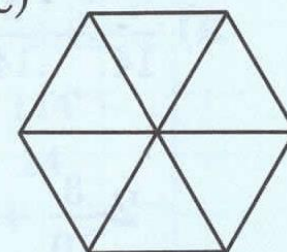
$$\frac{4}{5}$$

b)



$$\frac{3}{4}$$

c)



$$\frac{2}{3}$$



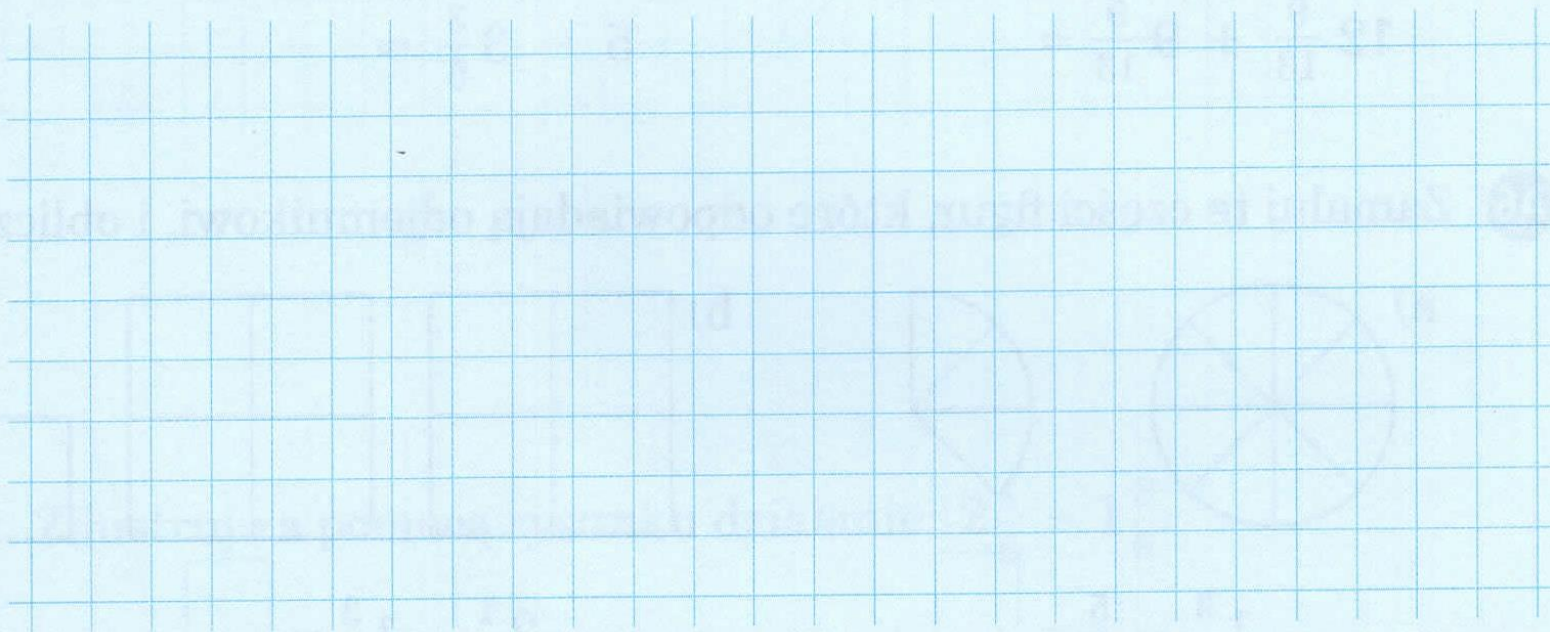


Powtórzenie

B2 Zrób odpowiedni rysunek i zamaluj podaną część figury.

a) $2\frac{3}{4}$

b) $\frac{13}{5}$



Dodawanie ułamków o jednakowych mianownikach

DODAWANIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

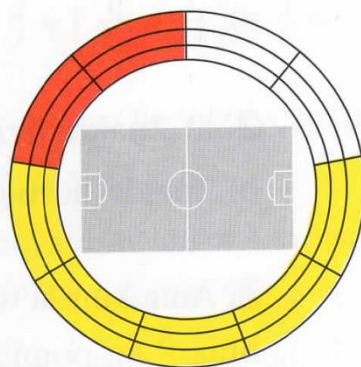
N
321

ĆWICZENIE A. Narysuj kwadrat o boku 4 cm i podziel go na 8 równych części. Pokoloruj najpierw $\frac{5}{8}$ kwadratu, a potem jeszcze $\frac{2}{8}$. Jaka część kwadratu została pokolorowana?

Kibice żółtych zajmują $\frac{5}{9}$ miejsc na stadionie, a kibice czerwonych $\frac{2}{9}$ miejsc. Jaką część trybun zajmują kibice obu drużyn?

Z rysunku możemy odczytać, że suma ułamków $\frac{5}{9}$ i $\frac{2}{9}$ jest równa $\frac{7}{9}$.

$$\frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$



Gdy obliczamy sumę dwóch ułamków o jednakowych mianownikach, dodajemy ich liczniki, a mianownik pozostawiamy bez zmiany. Jeśli otrzymany wynik jest ułamkiem niewłaściwym, to warto wyłączyć z niego całości.

PRZYKŁADY

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$

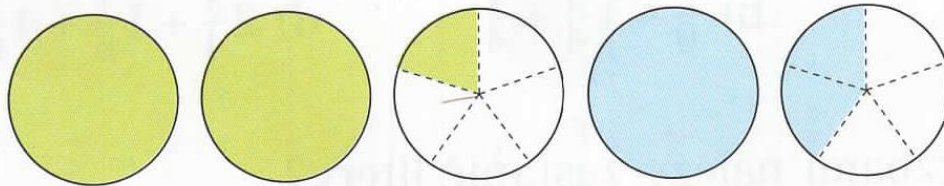
$$\frac{7}{9} + \frac{8}{9} = \frac{15}{9} = 1\frac{6}{9} = 1\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{7}{7} = 1$$



Dodawanie ułamków o jednakowych mianownikach

ĆWICZENIE B. Ile tu pokolorowano całych kół i ile piątych części koła?



$$2\frac{1}{5} + 1\frac{2}{5} = ?$$

PRZYKŁADY

$$3\frac{1}{7} + 5\frac{5}{7} = 8\frac{6}{7}$$

$$5\frac{2}{4} + 1\frac{3}{4} = 6\frac{5}{4} = 7\frac{1}{4}$$

$$6\frac{3}{5} + 1\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = 7\frac{10}{5} = 9$$

Gdy dodajemy liczby mieszane, wygodnie jest obliczać osobno sumę części całkowitych i sumę części ułamkowych. Gdy suma części ułamkowych jest ułamkiem niewłaściwym, wyłączamy z niego całości.

A

B

C



Dodawanie ułamków o jednakowych mianownikach

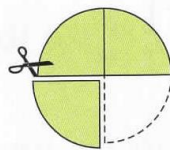


Odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach

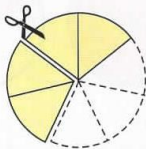
ODEJMOWANIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

N
321

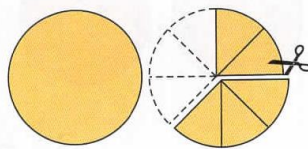
ĆWICZENIE A. Korzystając z rysunków, oblicz różnice liczb.



$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = ?$$



$$\frac{4}{7} - \frac{2}{7} = ?$$



$$1\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = ?$$

Na talerzu jest $\frac{7}{8}$ pizzy. Ile pizzy zostanie, jeśli zabierzemy $\frac{2}{8}$ pizzy?

Korzystając z fotografii, możemy zauważyć, że różnica ułamków $\frac{7}{8}$ i $\frac{2}{8}$ wynosi $\frac{5}{8}$.

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$

Gdy obliczamy różnicę dwóch ułamków o jednakowych mianownikach, odejmujemy ich liczniki, a mianownik pozostawiamy bez zmian.

PRZYKŁADY

$$\frac{11}{17} - \frac{3}{17} = \frac{8}{17}$$

$$4\frac{7}{9} - \frac{5}{9} = 4\frac{2}{9}$$

$$5\frac{9}{10} - 3\frac{8}{10} = 2\frac{1}{10}$$

A

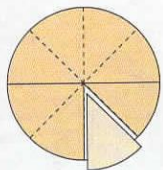
B

C

Odejmowanie ułamka od liczby naturalnej

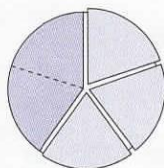
ĆWICZENIE B. Korzystając z rysunków, oblicz różnice liczb.

a)



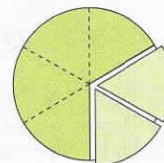
$$1 - \frac{1}{8} = ?$$

b)

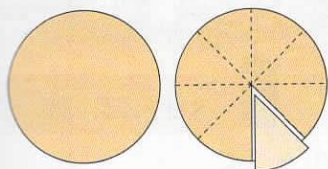


$$1 - \frac{3}{5} = ?$$

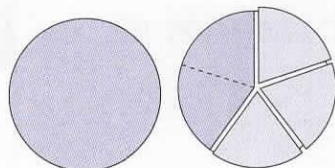
c)



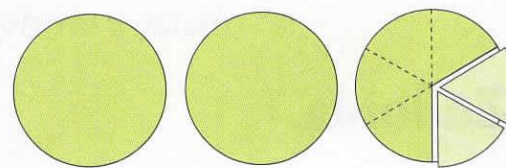
$$1 - \frac{2}{6} = ?$$



$$2 - \frac{1}{8} = ?$$



$$2 - \frac{3}{5} = ?$$



$$3 - \frac{2}{6} = ?$$

ĆWICZENIE C. Oblicz różnice liczb:

a) $1 - \frac{1}{9} = ?$

$5 - \frac{1}{9} = ?$

b) $1 - \frac{3}{7} = ?$

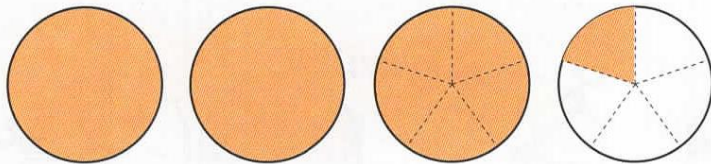
$4 - \frac{3}{7} = ?$



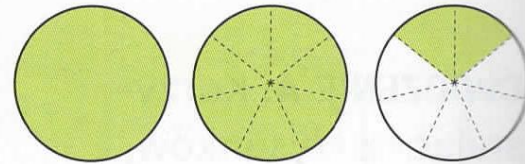
Odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach

N
321

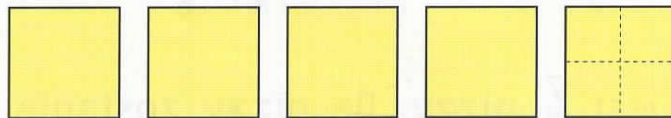
ĆWICZENIE D. Zastąp znaki zapytania odpowiednimi liczbami:



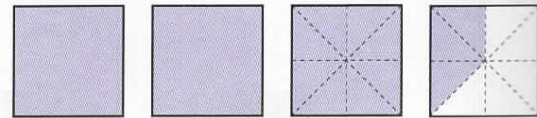
$$3\frac{1}{5} = 2\frac{?}{5}$$



$$2\frac{2}{7} = 1\frac{?}{7}$$



$$5 = 4\frac{?}{4}$$



$$3\frac{3}{8} = 2\frac{?}{8}$$

ĆWICZENIE E. Zastąp znaki zapytania odpowiednimi liczbami.

a) $3\frac{1}{5} = 2\frac{?}{5}$

b) $6\frac{3}{7} = 5\frac{?}{7}$

c) $2\frac{3}{4} = 1\frac{?}{4}$

d) $6\frac{2}{3} = 5\frac{?}{3}$





Odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach

Zastanówmy się, jak obliczyć różnicę liczb $3\frac{1}{5} - 1\frac{4}{5}$. Ponieważ ułamek $\frac{1}{5}$ jest mniejszy niż ułamek $\frac{4}{5}$, więc zanim wykonamy odejmowanie, zapisujemy liczbę $3\frac{1}{5}$ w innej postaci — zamieniamy jedną całość na części piąte:

$$3\frac{1}{5} - 1\frac{4}{5} = 2\frac{6}{5} - 1\frac{4}{5} = 1\frac{2}{5}$$

PRZYKŁADY

$$3\frac{2}{9} = 2\frac{11}{9}$$

$$3\frac{2}{9} - \frac{7}{9} = 2\frac{11}{9} - \frac{7}{9} = 2\frac{4}{9}$$

$$4\frac{4}{8} = 3\frac{12}{8}$$

$$4\frac{4}{8} - 2\frac{7}{8} = 3\frac{12}{8} - 2\frac{7}{8} = 1\frac{5}{8}$$



Odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach

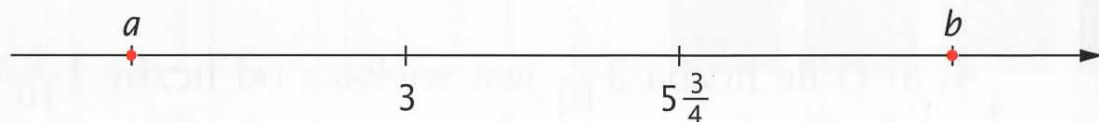
N 322 9. W jednym naczyniu jest $2\frac{3}{5}$ kg ryżu, w drugim naczyniu jest $5\frac{2}{5}$ kg ryżu.

a) O ile więcej ryżu jest w drugim naczyniu?



b) Jak myślisz, ile ryżu trzeba przesypać z drugiego naczynia do pierwszego, aby w obu było tyle samo ryżu?

N 322 10. Jakie liczby zaznaczono kropkami na osi liczbowej?



$$4\frac{1}{4} - 3\frac{3}{4} = \cancel{1\frac{2}{4}} \text{ źle}$$
$$8\frac{2}{7} - 5\frac{6}{7} = \cancel{3\frac{4}{7}} \text{ źle}$$

Agnieszka K.

11. Spróbuj wyjaśnić, na czym polegają błędy Agnieszki.

12. Od liczby $5\frac{2}{5}$ odjęto liczbę o $\frac{2}{5}$ mniejszą od liczby $1\frac{1}{5}$. Jaką liczbę otrzymano?

A

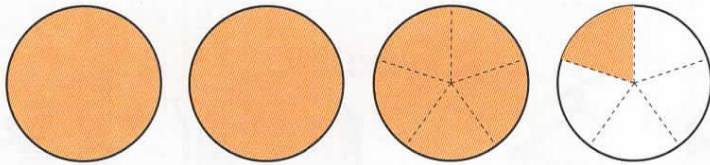
B

C

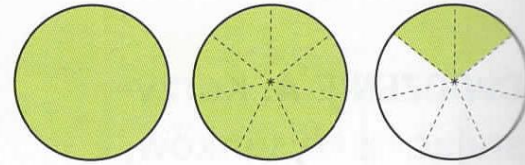
Odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach

N
321

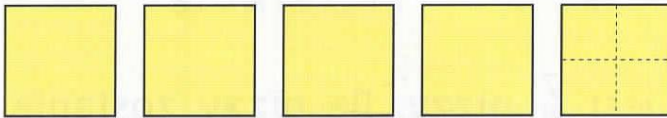
ĆWICZENIE D. Zastąp znaki zapytania odpowiednimi liczbami:



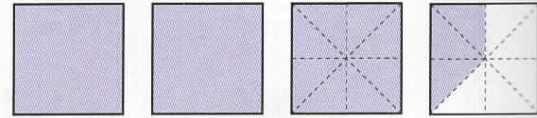
$$3\frac{1}{5} = 2\frac{?}{5}$$



$$2\frac{2}{7} = 1\frac{?}{7}$$



$$5 = 4\frac{?}{4}$$



$$3\frac{3}{8} = 2\frac{?}{8}$$

ĆWICZENIE E. Zastąp znaki zapytania odpowiednimi liczbami.

a) $3\frac{1}{5} = 2\frac{?}{5}$

b) $6\frac{3}{7} = 5\frac{?}{7}$

c) $2\frac{3}{4} = 1\frac{?}{4}$

d) $6\frac{2}{3} = 5\frac{?}{3}$



Klasa V – powtórzenie z klasy IV

1. Podaj kilka przykładów ułamków mniejszych od $\frac{5}{7}$:

- a) o mianowniku 7, b) o liczniku 5.

2. Porównaj liczby:

- a) $\frac{4}{15}$ i $\frac{3}{15}$ c) $3\frac{3}{8}$ i $3\frac{2}{6}$ e) $\frac{5}{13}$ i $\frac{1}{3}$ g) $\frac{6}{5}$ i $\frac{25}{27}$
b) $\frac{7}{12}$ i $\frac{7}{10}$ d) $\frac{4}{7}$ i $\frac{2}{3}$ f) $\frac{3}{7}$ i $\frac{2}{5}$ h) $4\frac{5}{14}$ i $4\frac{10}{28}$

N
329 3. W ostatnich wyborach do samorządu szkolnego Ola uzyskała $\frac{6}{13}$ wszystkich głosów, a Jacek $\frac{2}{5}$ wszystkich głosów. Kto zdobył więcej głosów — Ola czy Jacek?

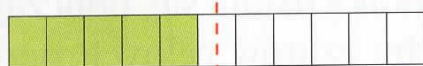
4. Odcinki AB i CD na rysunku poniżej mają takie same długości. Każdy z nich podzielony jest na jednakowe części, jeden na 21 części, a drugi na 15 części. Który z zaznaczonych odcinków jest dłuższy — czerwony czy niebieski?



Klasa V – powtórzenie z klasy IV

CIEKAWOSTKA

Warto pamiętać, że gdy licznik ułamka jest mniejszy od połowy mianownika, to ułamek jest mniejszy od $\frac{1}{2}$.



$$\frac{5}{11} < \frac{1}{2}$$

Gdy licznik ułamka jest większy od połowy mianownika, to ułamek jest większy od $\frac{1}{2}$.



$$\frac{7}{12} > \frac{1}{2}$$

Wobec tego łatwo porównać dwa ułamki, jeśli da się ustalić, że jeden z nich jest mniejszy od $\frac{1}{2}$, a drugi jest większy od $\frac{1}{2}$.

Na przykład $\frac{3}{7} < \frac{6}{11}$, bo $\frac{3}{7}$ to mniej niż $\frac{1}{2}$, a $\frac{6}{11}$ to więcej niż $\frac{1}{2}$.

5. Korzystając z metody opisanej w ciekawostce, oceń, które z liczb: $\frac{7}{9}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{55}{100}$, $\frac{50}{101}$, $\frac{90}{200}$ są większe od $\frac{1}{2}$?

6. Za pomocą metody opisanej w ciekawostce porównaj liczby:

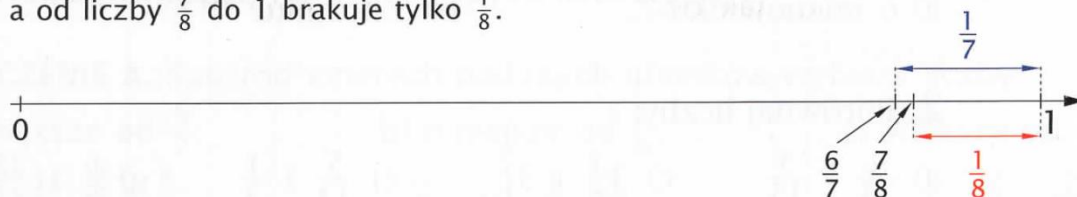
a) $\frac{8}{17}$ i $\frac{5}{9}$ b) $\frac{8}{13}$ i $\frac{9}{20}$ c) $2\frac{3}{4}$ i $2\frac{7}{15}$ d) $4\frac{2}{5}$ i $4\frac{10}{19}$



Klasa V – powtórzenie z klasy IV

CIEKAWOSTKA

Dość łatwo porównuje się dwa ułamki, gdy w każdym z nich licznik jest o 1 mniejszy od mianownika. Wystarczy ustalić, który z tych ułamków leży bliżej 1 na osi liczbowej. Na przykład: $\frac{6}{7} < \frac{7}{8}$, bo od liczby $\frac{6}{7}$ do 1 brakuje $\frac{1}{7}$, a od liczby $\frac{7}{8}$ do 1 brakuje tylko $\frac{1}{8}$.



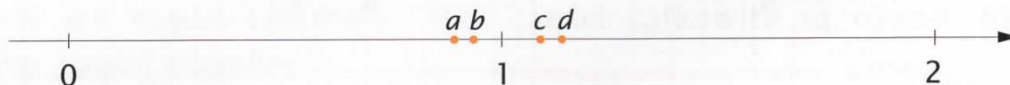
W podobny sposób możemy postępować, gdy różnica między licznikiem i mianownikiem w obu ułamkach jest równa 2, 3, 4 itd.

7. Korzystając z metody opisanej w powyższej ciekawostce, porównaj ułamki:

- a) $\frac{6}{7}$ i $\frac{4}{5}$ b) $\frac{9}{10}$ i $\frac{11}{12}$ c) $\frac{5}{7}$ i $\frac{6}{8}$ d) $6\frac{7}{9}$ i $6\frac{11}{13}$

N
329

8. Na osi liczbowej zaznaczone są liczby: $\frac{8}{7}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{12}{11}$. Dopasuj litery do tych liczb. Spróbuj to zrobić, nie sprowadzając ułamków do wspólnego mianownika.



A

B

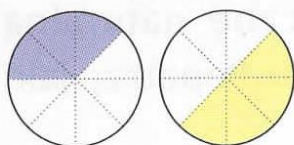
C

Klasa V – powtórzenie z klasy IV

Przypomnijmy sobie, jak dodajemy i jak odejmujemy ułamki o jednakowych mianownikach.

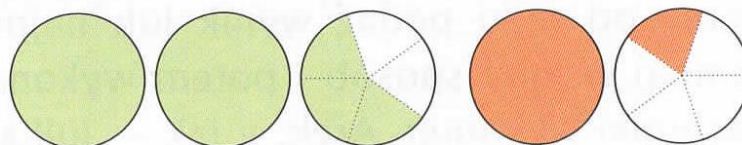
ĆWICZENIE A. Popatrz na rysunki i oblicz sumy liczb.

a)



$$\frac{3}{8} + \frac{4}{8} = ?$$

b)



$$2\frac{3}{5} + 1\frac{1}{5} = ?$$

Obliczając sumę ułamków o jednakowych mianownikach, dodajemy ich liczniki (mianownik pozostawiamy bez zmiany). Jeśli w wyniku otrzymamy ułamek niewłaściwy, to warto wyłączyć z niego całości.

Gdy dodajemy liczby mieszane, wygodnie jest obliczać osobno sumę części całkowitych i sumę części ułamkowych.

PRZYKŁADY

$$\frac{4}{11} + \frac{6}{11} = \frac{10}{11}$$

$$\frac{6}{13} + \frac{8}{13} = \frac{14}{13} = 1\frac{1}{13}$$

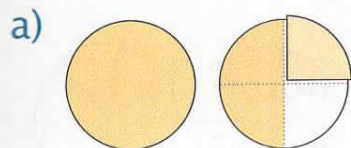
$$6\frac{4}{9} + 3\frac{7}{9} = 9\frac{11}{9} = 10\frac{2}{9}$$

B

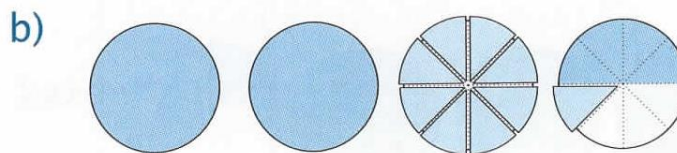
C

Klasa V – powtórzenie z klasy IV

ĆWICZENIE B. Popatrz na rysunki i oblicz różnice liczb.



$$1\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = ?$$



$$2\frac{5}{8} - 1\frac{1}{8} = ?$$

PRZYKŁADY

$$\frac{9}{11} - \frac{5}{11} = \frac{4}{11}$$

$$3\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = 3\frac{2}{5}$$

$$10\frac{7}{9} - 6\frac{2}{9} = 4\frac{5}{9}$$

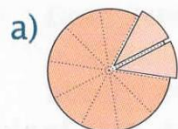
W przykładach takich jak obok, odejmowanie ułamków jest proste. Obliczając różnicę dwóch ułamków o jednakowych mianownikach, odejmujemy ich liczniki, a mianownik pozostawiamy bez zmiany.

Odejmując liczby mieszane, można obliczać osobno różnicę części całkowitych i różnicę części ułamkowych.

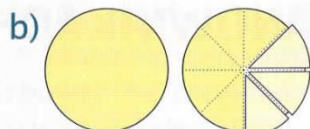


Klasa V – powtórzenie z klasy IV

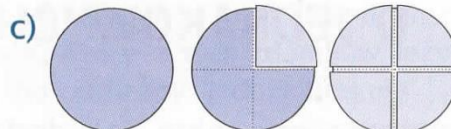
ĆWICZENIE C. Oblicz różnice liczb.



$$1 - \frac{2}{10} = ?$$



$$2 - \frac{3}{8} = ?$$



$$3 - 1\frac{1}{4} = ?$$

Gdy ułamki lub liczby mieszane odejmujemy od liczb naturalnych, możemy od razu podać wynik lub najpierw zapisać liczbę naturalną (odjemną) w inny sposób i potem wykonać odejmowanie. Popatrz, jak takie rachunki wykonuje Arek, a jak — Julka.

Od $\frac{5}{7}$ do jedynki
brakuje $\frac{2}{7}$.

$$1 - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$$

Liczbę 1 zapisuję jako $\frac{7}{7}$
i odejmuję od niej $\frac{5}{7}$.

$$1 - \frac{5}{7} = \frac{7}{7} - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$$

Od $1\frac{1}{3}$ do dwójki brakuje $\frac{2}{3}$,
a do piątki jeszcze 3.

$$5 - 1\frac{1}{3} = 3\frac{2}{3}$$

Liczbę 5 zapisuję jako $4\frac{3}{3}$
i odejmuję $1\frac{1}{3}$.

$$5 - 1\frac{1}{3} = 4\frac{3}{3} - 1\frac{1}{3} = 3 + \frac{2}{3}$$

A

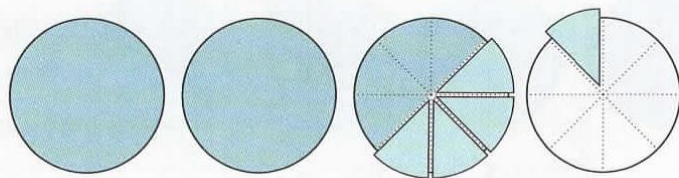
B

C

Klasa V – powtórzenie z klasy IV

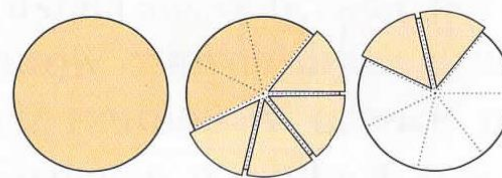
ĆWICZENIE D. Oblicz różnice liczb.

a)



$$3\frac{1}{8} - \frac{5}{8} = 2\frac{?}{8} - \frac{5}{8} = ?$$

b)



$$2\frac{2}{7} - \frac{6}{7} = 1\frac{?}{7} - \frac{6}{7} = ?$$

W przykładach takich jak obok (część ułamkowa odjemnej jest mniejsza niż część ułamkowa odjemnika), odejmowanie jest nieco bardziej skomplikowane. W takich sytuacjach przed wykonaniem odejmowania zapisujemy odjemną w innej postaci.

PRZYKŁADY

$$4\frac{5}{13} - \frac{6}{13} = 3\frac{18}{13} - \frac{6}{13} = 3\frac{12}{13}$$

$$8\frac{2}{7} - 5\frac{6}{7} = 7\frac{9}{7} - 5\frac{6}{7} = 2\frac{3}{7}$$

$$2\frac{7}{18} - 1\frac{13}{18} = 1\frac{25}{18} - 1\frac{13}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$





Klasa V – powtórzenie z klasy IV

1. Oblicz:

a) $\frac{9}{15} + \frac{4}{15}$

d) $\frac{3}{9} + \frac{7}{9}$

g) $4\frac{6}{7} + 2\frac{1}{7}$

b) $\frac{7}{11} + \frac{2}{11}$

e) $3\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$

h) $3\frac{5}{10} + 4\frac{9}{10}$

c) $4\frac{3}{8} + 2\frac{4}{8}$

f) $4\frac{3}{5} + \frac{2}{5}$

i) $2\frac{4}{6} + 7\frac{5}{6}$

3. Oblicz:

a) $\frac{7}{9} - \frac{2}{9}$

e) $1 - \frac{2}{3}$

i) $1\frac{2}{6} - \frac{5}{6}$

b) $1\frac{5}{12} - \frac{1}{12}$

f) $4 - \frac{3}{8}$

j) $6\frac{5}{14} - \frac{7}{14}$

c) $4\frac{2}{5} - 3$

g) $6 - 5\frac{4}{10}$

k) $8\frac{3}{9} - 2\frac{5}{9}$

d) $6\frac{6}{7} - 2\frac{4}{7}$

h) $8 - 2\frac{6}{11}$

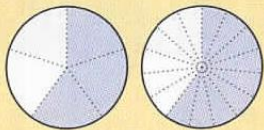
l) $7\frac{1}{5} - 5\frac{3}{5}$



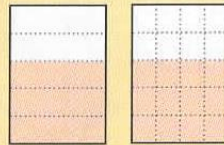
Sprowadzanie ułamków do wspólnego mianownika

Pomnożenie licznika i mianownika ułamka przez tę samą liczbę nazywamy rozszerzaniem ułamka. Dany ułamek i ułamek po rozszerzeniu są równe.

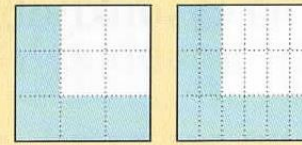
PRZYKŁADY



$$\frac{3}{5} \xrightarrow[\cdot 3]{\cdot 3} \frac{9}{15}$$



$$\frac{3}{5} \xrightarrow[\cdot 4]{\cdot 4} \frac{12}{20}$$



$$\frac{5}{9} \xrightarrow[\cdot 2]{\cdot 2} \frac{10}{18}$$

ĆWICZENIE B. Zastąp znaki zapytania odpowiednimi liczbami.

a) $\frac{2}{3} = \frac{?}{12}$ $\frac{1}{4} = \frac{?}{12}$ b) $\frac{3}{8} = \frac{?}{24}$ $\frac{5}{6} = \frac{?}{24}$ c) $3\frac{3}{4} = 3\frac{?}{12}$ $5\frac{7}{15} = 5\frac{?}{30}$





Sprowadzanie ułamków do wspólnego mianownika

Dwa ułamki o różnych mianownikach możemy rozszerzyć tak, aby miały jednakowy mianownik. Mówimy wówczas, że sprowadzamy te ułamki do wspólnego mianownika.

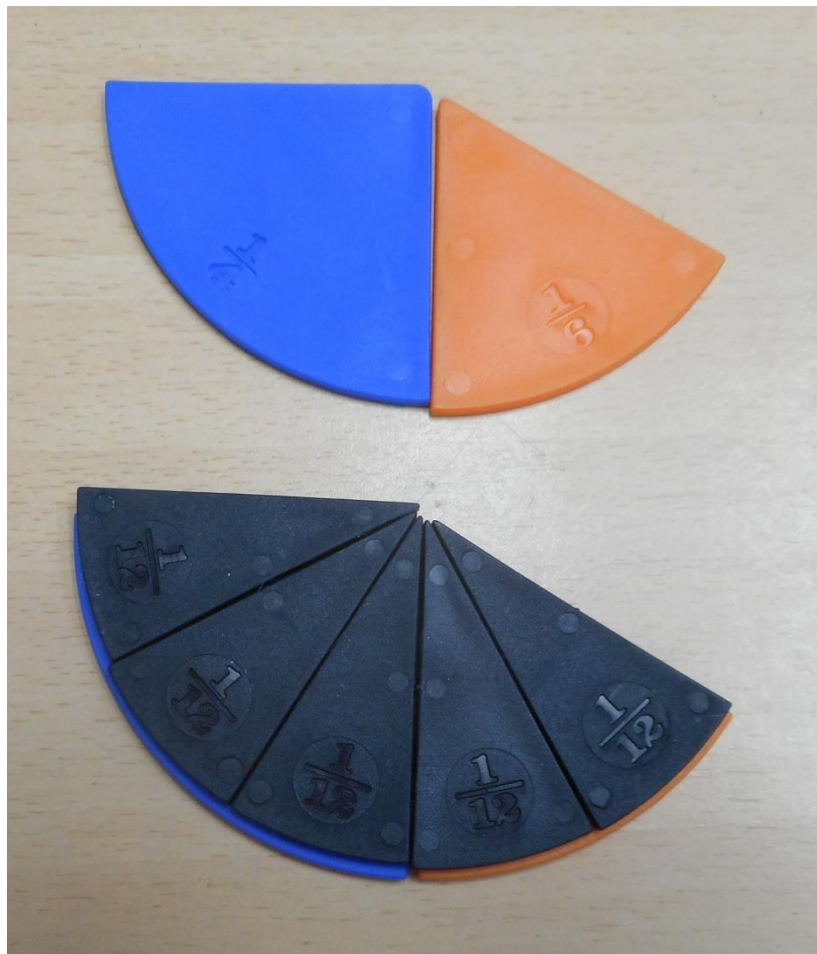
$$\frac{3}{8} = \frac{9}{24} \quad \frac{5}{6} = \frac{20}{24}$$

wspólny mianownik

Zwróć uwagę, że wspólnym mianownikiem dwóch ułamków zawsze może być iloczyn ich mianowników. Często jednak można znaleźć wspólny mianownik mniejszy niż ten iloczyn.



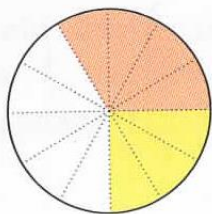
Sprowadzanie ułamków do wspólnego mianownika



Dodawanie i odejmowanie ułamków o różnych mianownikach

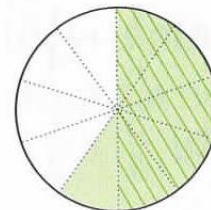
ĆWICZENIE. Zastąp znaki zapytania odpowiednimi liczbami.

a)



$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{?}{12} + \frac{?}{12} = ?$$

b)



$$\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{?}{10} - \frac{?}{10} = ?$$

Aby dodać lub odjąć ułamki o różnych mianownikach, musimy najpierw sprowadzić je do wspólnego mianownika.



Dodawanie i odejmowanie ułamków o różnych mianownikach

PRZYKŁADY

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{2}{5} = \frac{10}{15} - \frac{6}{15} = \frac{4}{15}$$

$$4\frac{1}{4} + 2\frac{1}{3} = 4\frac{3}{12} + 2\frac{4}{12} = 6\frac{7}{12}$$

$$5\frac{2}{9} - \frac{5}{6} = 5\frac{4}{18} - \frac{15}{18} = 4\frac{22}{18} - \frac{15}{18} = 4\frac{7}{18}$$

Zadania



str. 62-65

1. a) Do każdej z podanych liczb dodaj $1\frac{5}{6}$:

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3}$$

$$2\frac{1}{12}$$

$$1\frac{3}{4}$$

$$1\frac{1}{5}$$

$$2\frac{7}{8}$$

$$3\frac{4}{9}$$

b) Od każdej z podanych liczb odejmij $\frac{3}{5}$:

$$1\frac{9}{10}$$

$$2\frac{1}{15}$$

$$1\frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{4}$$

$$4\frac{1}{2}$$

$$5\frac{7}{20}$$

$$1\frac{3}{7}$$



Dodawanie i odejmowanie ułamków o różnych mianownikach

2. Oblicz:

a) $\frac{4}{5} + \frac{1}{10}$

e) $\frac{2}{3} + \frac{1}{5}$

i) $\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$

m) $4\frac{1}{4} - 2\frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$

f) $\frac{4}{7} + \frac{1}{2}$

j) $\frac{5}{7} - \frac{1}{4}$

n) $5\frac{1}{9} - 1\frac{5}{6}$

c) $\frac{8}{9} - \frac{1}{3}$

g) $2\frac{2}{5} + 3\frac{1}{2}$

k) $2\frac{3}{8} - 1\frac{1}{6}$

o) $2\frac{1}{15} - \frac{1}{10}$

d) $1\frac{3}{10} - \frac{1}{5}$

h) $4\frac{3}{7} + 2\frac{2}{3}$

l) $4\frac{1}{2} - 2\frac{3}{5}$

p) $5\frac{5}{13} - 3\frac{1}{2}$

N
331



4. Przedstaw liczbę $1\frac{5}{12}$ w postaci sumy dwóch ułamków o różnych mianownikach.



Dodawanie i odejmowanie ułamków o różnych mianownikach

$$\frac{2}{5} + \frac{7}{8} = \frac{9}{13} \quad \text{źle}$$
$$\frac{5}{6} + \frac{4}{9} = \frac{9}{15} \quad \text{źle}$$

Stefan K.

N
331

7. Stefan nie potrafi dodawać ułamków. Na czym polegają jego błędy?

8. W słoju było $3\frac{1}{2}$ litra jagód. Jaś odsypał $\frac{2}{5}$ litra jagód, a Małgosia — $\frac{3}{10}$ litra. Ile litrów jagód zostało w słoju?



Dodawanie i odejmowanie ułamków o różnych mianownikach

3. Oblicz:

a) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \underline{\underline{\frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10}}}$

e) $\frac{2}{5} - \frac{1}{10} = \underline{\underline{\frac{4}{10} - \frac{1}{10} = \frac{3}{10}}}$

b) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \underline{\underline{\frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}}}$

f) $\frac{5}{3} - \frac{5}{6} = \underline{\underline{\frac{10}{6} - \frac{5}{6} = \frac{5}{6}}}$

c) $\frac{2}{3} + \frac{2}{9} = \underline{\underline{\frac{4}{9} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}}}$

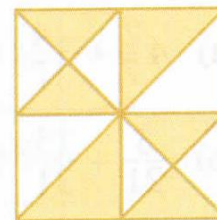
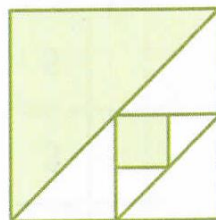
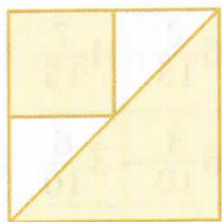
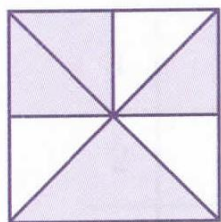
g) $1\frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \underline{\underline{1\frac{2}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}}}$

d) $1\frac{1}{5} + 2\frac{7}{10} = \underline{\underline{1\frac{2}{10} + 2\frac{7}{10} = 3\frac{9}{10}}}$

h) $3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{6} = \underline{\underline{2\frac{2}{6} - \frac{1}{6} = 2\frac{1}{6}}}$



4. Zapisz, jakie części kwadratów zostały zamalowane.



Mnożenie ułamków przez liczby naturalne

ĆWICZENIE A. Koperta na list waży $\frac{2}{5}$ dag. Podaj w dekagramach:

a) ile ważą 2 koperty, b) ile waży 7 kopert, c) ile waży 15 kopert.



Na rysunku jest 8 butelek z sokiem. Zastanówmy się, jak obliczyć, ile soku jest w tych butelkach, czyli ile wynosi iloczyn $8 \cdot \frac{2}{3}$.

Mnożenie liczby 8 przez ułamek $\frac{2}{3}$ możemy zastąpić dodawaniem.

$$8 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{8 \cdot 2}{3} = \frac{16}{3}$$

Obliczając iloczyn liczby naturalnej i ułamka, mnożymy tę liczbę przez licznik ułamka, a mianownik pozostawiamy bez zmiany. Gdy otrzymujemy ułamek niewłaściwy, warto wyłączyć z niego całości.



Mnożenie ułamków przez liczby naturalne

PRZYKŁADY

$$4 \cdot \frac{1}{9} = \frac{4 \cdot 1}{9} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{3}{11} \cdot 2 = \frac{3 \cdot 2}{11} = \frac{6}{11}$$

$$\frac{4}{5} \cdot 7 = \frac{4 \cdot 7}{5} = \frac{28}{5} = 5\frac{3}{5}$$

ĆWICZENIE B. Worek z karmą *Miau* dla kotów waży $2\frac{1}{2}$ kg. Podaj w kilogramach:

- a) ile ważą 2 worki karmy *Miau*,
- b) ile waży 5 takich worków.



Mnożenie liczby naturalnej przez liczbę mieszaną możemy wykonywać dwoma sposobami:

Sposób I: Zamieniamy liczbę mieszaną na ułamek niewłaściwy, a następnie mnożymy liczbę naturalną przez otrzymany ułamek.

$$3 \cdot 2\frac{1}{4} = 3 \cdot \frac{9}{4} = \frac{3 \cdot 9}{4} = \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$$

Sposób II: Mnożymy liczbę naturalną przez część całkowitą liczby mieszanej oraz przez część ułamkową, a następnie dodajemy otrzymane wyniki.

$$3 \cdot 2\frac{1}{4} = 3 \cdot 2 + 3 \cdot \frac{1}{4} = 6 + \frac{3}{4} = 6\frac{3}{4}$$



Mnożenie ułamków przez liczby naturalne

ĆWICZENIE C. Oblicz:

a) $(5 \cdot 7) : 5$ i $5 \cdot \frac{7}{5}$ b) $(4 \cdot 6) : 6$ i $\frac{4}{6} \cdot 6$ c) $(3 \cdot 11) : 3$ i $3 \cdot \frac{11}{3}$

Gdy obliczamy iloczyn liczby naturalnej i ułamka, możemy ułatwić sobie obliczenia, wykonując skracanie.

PRZYKŁADY

$$\frac{8}{9} \cdot 6 = \frac{8 \cdot \cancel{6}^2}{\cancel{9}_3} = \frac{16}{3} = 5 \frac{1}{3}$$

$$1 \frac{6}{7} \cdot 21 = \frac{13}{7} \cdot 21 = \frac{13 \cdot \cancel{21}^3}{\cancel{7}_1} = 39$$

Uwaga. W każdym z powyższych przykładów można uprościć zapis.

$$\frac{8}{\cancel{9}_3} \cdot \cancel{6}^2 = \frac{16}{3} = 5 \frac{1}{3}$$

$$1 \frac{6}{7} \cdot 21 = \frac{13}{\cancel{7}_1} \cdot \cancel{21}^3 = 39$$



Mnożenie ułamków przez liczby naturalne

2. Znajdź liczbę:

a) 5 razy większą niż $\frac{7}{30}$,

c) 4 razy większą niż $\frac{8}{15}$,

b) 8 razy większą niż $8\frac{1}{4}$,

d) 7 razy większą niż $2\frac{3}{8}$.

3. Człowiek wypija przeciętnie $2\frac{1}{2}$ litra płynów w ciągu dnia.
Ile litrów płynów wypija przeciętnie w ciągu roku?

$$2 \cdot \frac{7}{8} \cdot 14 = \frac{2 \cdot 7 \cdot 14}{8 \cdot 2}$$

4. Oblicz iloczyny:

a) $2 \cdot \frac{7}{8} \cdot 14$ b) $2\frac{8}{15} \cdot 5 \cdot 6$ c) $2 \cdot 3 \cdot 1\frac{1}{9}$



5. Zastąp kwadraciki odpowiednimi liczbami:

$$6 \cdot \frac{\blacksquare}{2} = 15$$

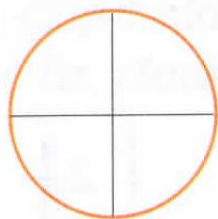
$$4 \cdot \frac{\blacksquare}{16} = 3\frac{3}{4}$$

$$\blacksquare \cdot \frac{5}{14} = \frac{20}{7}$$

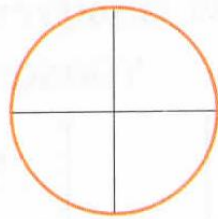


Mnożenie ułamków przez liczby naturalne

1. a) Pokoloruj w pierwszym kole jedną ćwiartkę, a w drugim — obszar 3 razy większy i uzupełnij:

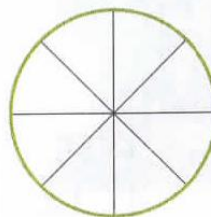


$$\frac{1}{4}$$

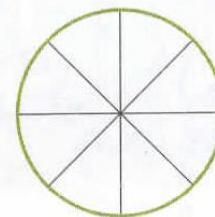


$$3 \cdot \frac{1}{4} = \dots\dots\dots$$

b) Pokoloruj jedną ósmą pierwszego koła, a w drugim kole obszar 5 razy większy i uzupełnij:



$$\frac{1}{8}$$



$$5 \cdot \frac{1}{8} = \dots\dots\dots$$



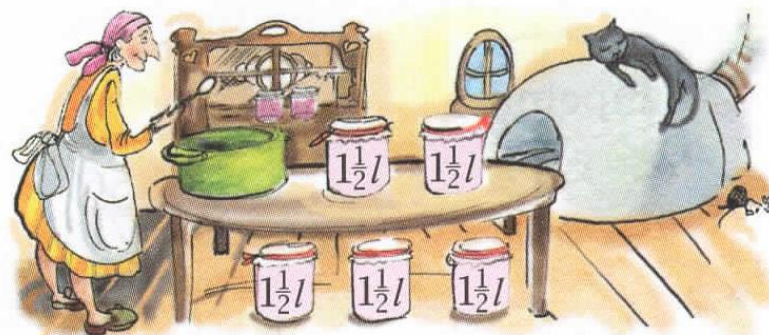
Mnożenie ułamków przez liczby naturalne

9. Koń Łatka zjada codziennie $2\frac{3}{4}$ kg owsa. Ile owsa zjada Łatka w ciągu tygodnia?

Odpowiedź:

10. Popatrz na rysunek i oblicz, ile litrów konfitur jagodowych przygotowała babcia Jaga.

Odpowiedź:



Mnożenie ułamków przez liczby naturalne

11. Oblicz, wykonując skracanie, jeśli to możliwe:

a) $\frac{7}{8} \cdot 16 = \frac{7 \cdot \overset{2}{\cancel{16}}}{\underset{1}{\cancel{8}}} = 14$

g) $4 \cdot 1\frac{5}{8} =$

b) $\frac{4}{5} \cdot 15 =$

h) $3 \cdot 4\frac{5}{9} =$

c) $21 \cdot \frac{2}{3} =$

i) $8 \cdot 1\frac{3}{4} =$

d) $18 \cdot \frac{1}{2} =$

j) $100 \cdot 3\frac{1}{30} =$

e) $\frac{5}{8} \cdot 6 =$

k) $4\frac{7}{15} \cdot 20 =$

f) $8 \cdot \frac{7}{12} =$

l) $2\frac{3}{25} \cdot 75 =$





Obliczanie ułamka danej liczby



OBLICZANIE UŁAMKA DANEJ LICZBY

N
333

ĆWICZENIE A. Odpowiedz:

- a) $\frac{1}{2}$ kwoty 18 zł — ile to złotych?
- b) $\frac{1}{4}$ masy 100 kg — ile to kilogramów?
- c) $\frac{3}{4}$ trasy o długości 40 km — ile to kilometrów?

ĆWICZENIE B. Wstążka ma długość 60 cm. Ustal, jaką długość ma podana część wstążki, a następnie wykonaj mnożenie:

- | | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| a) $\frac{1}{4}$ wstążki, | b) $\frac{3}{4}$ wstążki, | c) $\frac{1}{3}$ wstążki, | d) $\frac{2}{3}$ wstążki. |
| $\frac{1}{4} \cdot 60$ | $\frac{3}{4} \cdot 60$ | $\frac{1}{3} \cdot 60$ | $\frac{2}{3} \cdot 60$ |



Obliczanie ułamka danej liczby

Państwo Nowakowie wybrali się na wycieczkę samochodową trasą liczącą 240 km. Zaplanowali, że po przejechaniu $\frac{3}{4}$ trasy zatrzymają się na odpoczynek. Ania Nowakówna i pan Nowak obliczali, każdy swoim sposobem, po ilu kilometrach mają się zatrzymać. Popatrz na ich zapiski.

Tak obliczała Ania:

$$\frac{1}{4} \text{ liczby } 240 \text{ to } 240 : 4 = 60$$

$$\frac{3}{4} \text{ liczby } 240 \text{ to } 3 \cdot 60 = 180$$

Tak obliczał pan Nowak:

$$1 \cdot \frac{3}{4} \cdot 240^{\overset{60}{\cancel{0}}} = 180$$

Aby obliczyć ułamek danej liczby, możemy pomnożyć ułamek przez tę liczbę.

PRZYKŁADY

$$\frac{7}{8} \text{ liczby } 6 \text{ to } \frac{7}{8} \cdot 6 = \frac{7 \cdot \cancel{6}^3}{\cancel{8}_4} = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$$

$$2\frac{1}{5} \text{ liczby } 9 \text{ to } 2\frac{1}{5} \cdot 9 = \frac{11}{5} \cdot 9 = \frac{99}{5} = 19\frac{4}{5}$$

A

B

C



Obliczanie ułamka danej liczby

1. Oblicz:

a) $\frac{1}{6}$ liczby 20

c) $2\frac{3}{4}$ liczby 20

e) $\frac{3}{5}$ liczby 18

b) $\frac{3}{5}$ liczby 30

d) $\frac{1}{7}$ liczby 10

f) $2\frac{1}{3}$ liczby 20

2. Tuzin to 12, a kopa to 60. Oblicz, ile to sztuk:

a) $\frac{3}{4}$ tuzina

b) $3\frac{2}{3}$ tuzina

c) $\frac{7}{10}$ kopy

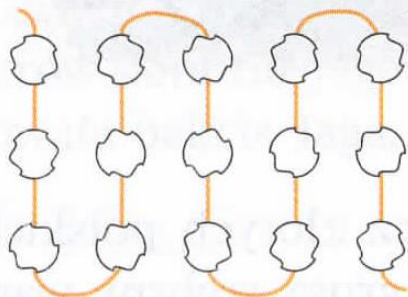
d) $5\frac{1}{5}$ kopy



Obliczanie ułamka danej liczby

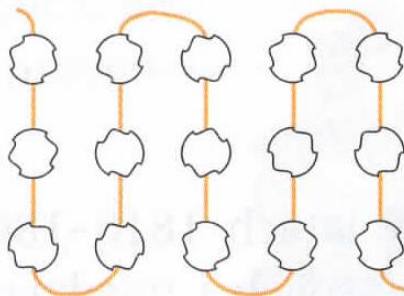
1. a) Pokoloruj wskazaną część koralików i uzupełnij:

$$\frac{1}{5}$$



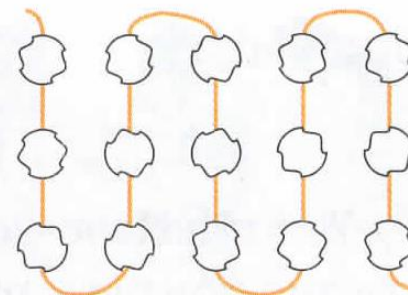
$\frac{1}{5}$ liczby 15 to

$$\frac{2}{5}$$



$\frac{2}{5}$ liczby 15 to

$$\frac{4}{5}$$



$\frac{4}{5}$ liczby 15 to

b) Oblicz iloczyny:

$$\frac{1}{5} \cdot 15 = \dots\dots\dots$$

$$\frac{2}{5} \cdot 15 = \dots\dots\dots$$

$$\frac{4}{5} \cdot 15 = \dots\dots\dots$$





Obliczanie ułamka danej liczby

3. Uzupełnij i wykonaj mnożenie:

a) $\frac{1}{4}$ kwoty 20 zł to zł

$$\frac{1}{4} \cdot 20 = \underline{\hspace{2cm}}$$

b) $\frac{1}{3}$ kwoty 15 zł to zł

$$\frac{1}{3} \cdot 15 = \underline{\hspace{2cm}}$$

c) $\frac{3}{4}$ godziny to minut

$$\frac{3}{4} \cdot 60 = \underline{\hspace{2cm}}$$

d) $\frac{3}{4}$ m to cm

$$\frac{3}{4} \cdot 100 = \underline{\hspace{2cm}}$$

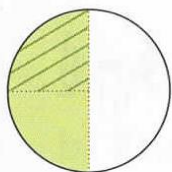
e) $1\frac{1}{4}$ t to kg

$$1\frac{1}{4} \cdot 1000 = \underline{\hspace{2cm}}$$

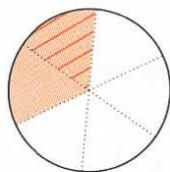


Mnożenie ułamków

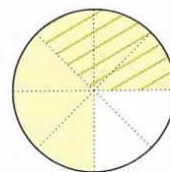
Na każdym z rysunków zamalowano część koła i zakreskowano połowę, czyli $\frac{1}{2}$ tej części.



$\frac{1}{2}$ liczby $\frac{1}{2}$ to $\frac{1}{4}$



$\frac{1}{2}$ liczby $\frac{1}{3}$ to $\frac{1}{6}$



$\frac{1}{2}$ liczby $\frac{3}{4}$ to $\frac{3}{8}$

Z poprzedniego rozdziału wiemy, że obliczając ułamek liczby naturalnej, mnożymy ułamek przez tę liczbę. Podobnie będziemy postępować, obliczając ułamek dowolnego ułamka — będziemy wykonywać mnożenie.

$\frac{1}{2}$ liczby $\frac{1}{2}$ to $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ liczby $\frac{1}{3}$ to $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$

$\frac{1}{2}$ liczby $\frac{3}{4}$ to $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$

Wobec tego możemy zapisać równości:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

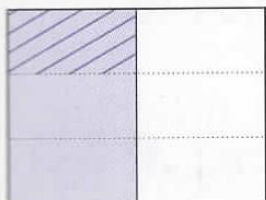
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$





Mnożenie ułamków

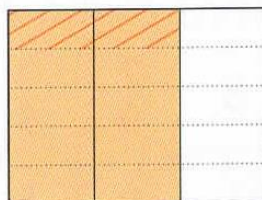
ĆWICZENIE A. Na każdym z rysunków zamalowano część prostokąta, a następnie zakreskowano pewien ułamek tej części. Jakimi ułamkami należy zastąpić znaki zapytania?



$\frac{1}{3}$ liczby $\frac{1}{2}$

to

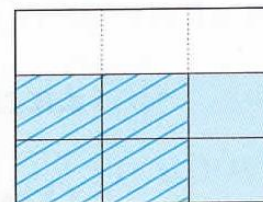
$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = ?$$



$\frac{1}{5}$ liczby $\frac{2}{3}$

to

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = ?$$



$\frac{2}{3}$ liczby $\frac{2}{3}$

to

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = ?$$





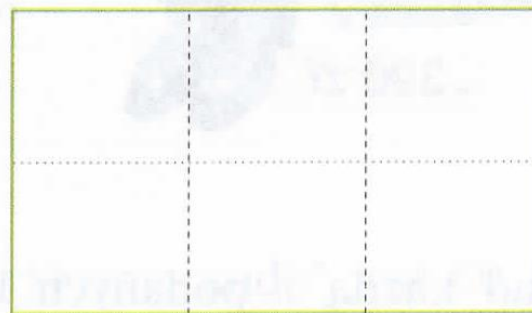
Mnożenie ułamków

1. a) Połowę ogródka babci Agaty zajmują warzywa. Połowa tych warzyw to kapusta. Pokoloruj część ogródka zajęta przez kapustę.



Uzupełnij: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$

b) $\frac{1}{3}$ ogródka cioci Krysi zajmują kwiaty. Połowa z tych kwiatów to róże. Pokoloruj część ogródka zajęta przez róże.



Uzupełnij: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} =$





Mnożenie ułamków

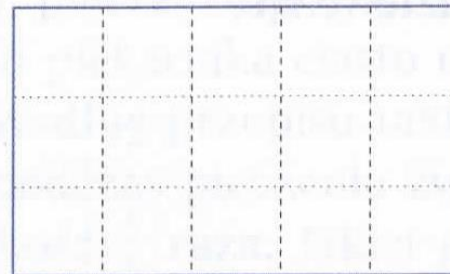
3. a) Zakreskuj $\frac{2}{5}$ prostokąta i pokoloruj $\frac{1}{3}$ zakreskowanej części:



Jaka część całego prostokąta została pokolorowana?

Uzupełnij: $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} =$

b) Zakreskuj $\frac{4}{5}$ prostokąta i pokoloruj $\frac{2}{3}$ zakreskowanej części:



Jaka część całego prostokąta została pokolorowana?

Uzupełnij: $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} =$





Mnożenie ułamków

Obliczając iloczyn dwóch ułamków, mnożymy licznik pierwszego ułamka przez licznik drugiego ułamka oraz mianownik pierwszego ułamka przez mianownik drugiego ułamka.

Gdy mnożymy liczby mieszane, zamieniamy te liczby na ułamki niewłaściwe.

PRZYKŁADY

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$$

$$\frac{4}{9} \cdot 1\frac{2}{3} = \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{3} = \frac{20}{27}$$

$$2\frac{2}{3} \cdot 3\frac{1}{5} = \frac{8}{3} \cdot \frac{16}{5} = \frac{128}{15} = 8\frac{8}{15}$$





Mnożenie ułamków

Gdy mnożymy ułamki, możemy uprościć obliczenia, wykonując skracanie.

Można zapisać tak:

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{\overset{2}{\cancel{4}} \cdot 3}{5 \cdot \underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5}$$

$$1 \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7} = \frac{7}{4} \cdot \frac{2}{7} = \frac{\overset{1}{\cancel{7}} \cdot \underset{1}{\cancel{2}}}{\underset{2}{\cancel{4}} \cdot \underset{1}{\cancel{7}}} = \frac{1}{2}$$

Można też skracać od razu:

$$\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{5} \cdot \frac{3}{\underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5}$$

$$1 \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7} = \frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{2}{\cancel{4}}} \cdot \frac{\underset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{7}}} = \frac{1}{2}$$





Mnożenie ułamków

ĆWICZENIE B. Jakimi liczbami należy zastąpić kwadraciki?

$$\frac{2}{3} \cdot \blacksquare = 1$$

$$\frac{5}{3} \cdot \blacksquare = 1$$

$$3 \cdot \blacksquare = 1$$

$$\frac{1}{7} \cdot \blacksquare = 1$$

Jeżeli iloczyn dwóch liczb jest równy 1, to każdą z tych liczb nazywamy **odwrotnością** drugiej liczby.

Odwrotność danego ułamka otrzymamy, gdy zamieniamy licznik z mianownikiem. Na przykład:

Odwrotnością liczby $\frac{2}{3}$ jest $\frac{3}{2}$.

Odwrotnością liczby $\frac{1}{4}$ jest $\frac{4}{1} = 4$.

Odwrotnością liczby $\frac{3}{2}$ jest $\frac{2}{3}$.

Odwrotnością liczby 5 jest $\frac{1}{5}$.

Inne przykłady liczb i ich odwrotności przedstawiono w tabelce. Zwróć uwagę, że odwrotnością liczby 1 jest 1.

Liczba	$\frac{1}{3}$	3	$\frac{2}{9}$	$\frac{7}{5}$	$1\frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$	1
Odwrotność liczby	3	$\frac{1}{3}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{3}{4}$	$1\frac{4}{5}$	1





Mnożenie ułamków

N
335

1. Oblicz:

a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7}$

d) $\frac{7}{15} \cdot \frac{10}{21}$

g) $2\frac{1}{2} \cdot 5\frac{1}{3}$

j) $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8}$

b) $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{8}$

e) $2\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$

h) $3\frac{3}{4} \cdot 4\frac{1}{5}$

k) $\frac{4}{7} \cdot 1\frac{3}{4} \cdot 3\frac{1}{2}$

c) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9}$

f) $\frac{5}{9} \cdot 4\frac{1}{10}$

i) $5\frac{6}{7} \cdot 4\frac{2}{3}$

l) $1\frac{5}{8} \cdot 3\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{26}$





Mnożenie ułamków

8. Oblicz (skracając, jeśli to możliwe):

a) $\overset{1}{\cancel{3}} \cdot \frac{5}{\underset{2}{\cancel{6}}} = \dots\dots\dots$

b) $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} = \dots\dots\dots$

c) $1\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4} = \overset{1}{\cancel{4}} \cdot \overset{3}{\cancel{8}} \cdot \frac{1}{\cancel{4}} = \dots\dots\dots$

$\frac{8}{5} \cdot \frac{7}{12} = \dots\dots\dots$

$\frac{4}{7} \cdot \frac{21}{24} = \dots\dots\dots$

$2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{5} = \dots\dots\dots$

$\frac{4}{9} \cdot \frac{7}{10} = \dots\dots\dots$

$\frac{3}{8} \cdot \frac{14}{15} = \dots\dots\dots$

$3\frac{1}{5} \cdot 1\frac{5}{6} = \dots\dots\dots$



9. Oblicz sprytnie:

a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{6}{11} = \dots\dots\dots$

c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} = \dots\dots\dots$

b) $\frac{15}{7} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{14}{9} = \dots\dots\dots$

d) $\frac{1}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{8}{3} \cdot \frac{9}{2} = \dots\dots\dots$





Mnożenie ułamków

2. Oblicz:

a) $\left(\frac{3}{7}\right)^2$ $\left(\frac{2}{5}\right)^2$ $\left(\frac{8}{7}\right)^2$ $\left(1\frac{1}{8}\right)^2$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ $\left(2\frac{1}{2}\right)^3$ $\left(1\frac{1}{4}\right)^3$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$$

$$\left(1\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}$$

3. a) Znajdź liczbę, która stanowi $\frac{4}{5}$ liczby $3\frac{1}{2}$.

b) Znajdź liczbę stanowiącą $\frac{3}{4}$ połowy liczby $5\frac{4}{5}$.

N
335

4. Oblicz:

a) $\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right) \cdot 6\frac{2}{3}$ b) $4 \cdot 3\frac{1}{8} - \left(2\frac{1}{2}\right)^2$ c) $1\frac{1}{8} \cdot \left(4\frac{3}{5} - 2\frac{7}{10}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^3$



Mnożenie ułamków

5  6. Jakie ułamki zamalowano?

$$\frac{3}{10} \cdot \text{zamalowane} = \frac{3}{14}$$

$$\text{zamalowane} \cdot \frac{5}{6} = 1\frac{1}{4}$$

7. Znajdź odwrotności liczb: $\frac{3}{4}$ $\frac{8}{7}$ 7 $1\frac{1}{2}$ $\frac{1}{12}$ $4\frac{3}{5}$

8. a) Która liczba jest większa: $\frac{3}{8}$ czy jej odwrotność?

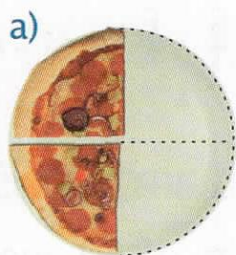
b) Pewna liczba i jej odwrotność są równe. Co to za liczba?

 9. Liczby: $a = 1$, $b = \frac{4}{5}$, $c = 1\frac{1}{2}$, $d = \frac{1}{3}$ i $e = 1\frac{3}{4}$ uporządkuj w kolejności od najmniejszej do największej, a następnie uporządkuj w kolejności od najmniejszej do największej odwrotności tych liczb.

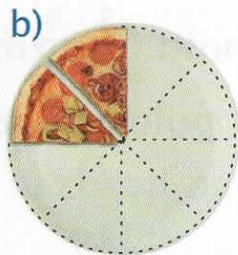


Dzielenie ułamka przez liczbę naturalną

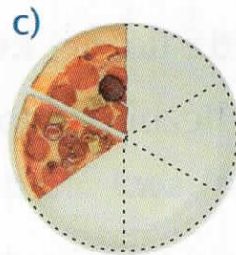
ĆWICZENIE A. Różne kawałki pizzy podzielono sprawiedliwie między dwoje dzieci. Jaką część pizzy otrzymało każde dziecko?



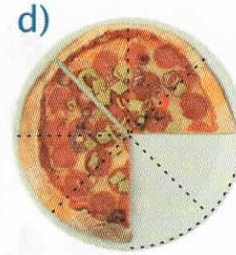
$$\frac{1}{2} : 2 = ?$$



$$\frac{1}{4} : 2 = ?$$



$$\frac{1}{3} : 2 = ?$$



$$\frac{3}{4} : 2 = ?$$

ĆWICZENIE B. Oblicz iloczyny: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}$ $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$ $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$

Porównaj otrzymane wyniki mnożenia z wynikami dzielenia z ćwiczenia A.

Z ćwiczeń A i B wynika, że dzielenie ułamka przez 2 możemy zastąpić mnożeniem tego ułamka przez $\frac{1}{2}$, czyli przez odwrotność liczby 2.

$$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} : 2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

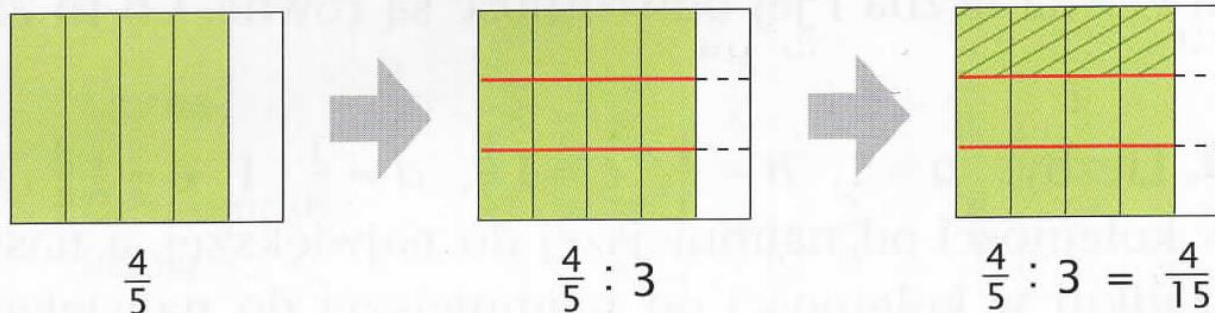
A

B

C

Dzielenie ułamka przez liczbę naturalną

Przyjrzyj się poniższym rysunkom. $\frac{4}{5}$ prostokąta podzielono na trzy równe części i zakreskowano jedną z nich. Jaką część prostokąta zakreskowano?



Dzielenie ułamka $\frac{4}{5}$ przez 3 możemy zastąpić mnożeniem tego ułamka przez $\frac{1}{3}$, czyli przez odwrotność liczby 3.

$$\frac{4}{5} : 3 = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$





Dzielenie ułamka przez liczbę naturalną

Aby podzielić ułamek przez liczbę naturalną, mnożymy ten ułamek przez jej odwrotność.

Gdy dzielimy liczbę mieszaną przez liczbę naturalną, najwygodniej zamienić liczbę mieszaną na ułamek.

PRZYKŁADY

$$\frac{3}{7} : 5 = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{35}$$

$$1\frac{1}{3} : 8 = \frac{4}{3} : 8 = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{6}$$

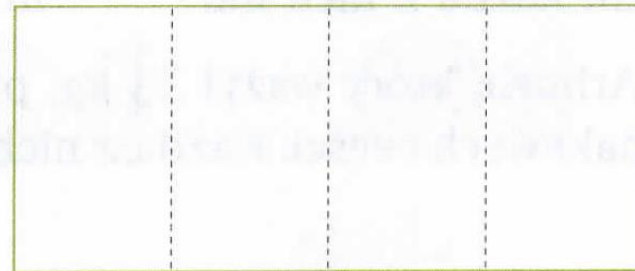


Dzielenie ułamka przez liczbę naturalną

1. a) Podziel $\frac{1}{4}$ prostokąta na 2 równe części i pokoloruj jedną z nich. b) Podziel $\frac{3}{4}$ prostokąta na 2 równe części i pokoloruj jedną z nich.



Uzupełnij: $\frac{1}{4} : 2 = \dots\dots\dots$



Uzupełnij: $\frac{3}{4} : 2 = \dots\dots\dots$



Dzielenie ułamka przez liczbę naturalną

3. Uzupełnij:

$$\frac{3}{4} : 2 \rightarrow \bigcirc$$
$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \rightarrow \bigcirc$$

$$\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \dots$$

$$\frac{3}{2} : 4 \rightarrow \bigcirc$$
$$\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4} \rightarrow \bigcirc$$

$$\frac{3}{2} : 4 = \frac{3}{2} \cdot \dots = \dots$$

$$\frac{4}{5} : 3 \rightarrow \bigcirc$$
$$\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} \rightarrow \bigcirc$$

$$\frac{4}{5} : 3 = \frac{4}{5} \cdot \dots = \dots$$



Dzielenie ułamka przez liczbę naturalną

1. Oblicz:

a) $\frac{4}{5} : 2$

d) $\frac{5}{9} : 3$

g) $4\frac{1}{5} : 7$

j) $10\frac{1}{5} : 9$

b) $\frac{2}{7} : 3$

e) $1\frac{1}{2} : 3$

h) $2\frac{4}{7} : 9$

k) $10\frac{2}{11} : 21$

c) $\frac{4}{7} : 2$

f) $2\frac{1}{4} : 6$

i) $20\frac{2}{3} : 31$

l) $1\frac{1}{99} : 15$

2. Dla każdej z podanych liczb znajdź liczbę 3 razy od niej mniejszą.

$1\frac{1}{2}$

$\frac{3}{5}$

$\frac{6}{7}$

$\frac{1}{3}$

$1\frac{2}{3}$

3. Oblicz:

a) $4\frac{1}{2} : 6 + 3\frac{2}{3}$

b) $(5\frac{1}{3} - 2\frac{2}{5}) : 2$

c) $(5\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4})^2 : 7$

 4. Jakie liczby zamalowano?

$\frac{1}{2} :$  $= \frac{1}{4}$

$\frac{2}{3} :$  $= \frac{2}{15}$

 $: 4 = \frac{1}{8}$

 $: 5 = \frac{3}{10}$





Dzielenie ułamków



DZIELENIE UŁAMKÓW

N
336

Ile odcinków o długości $\frac{1}{4}$ m mieści się w odcinku o długości 2m?

ĆWICZENIE A. Przeczytaj zadanie w ramce. Które z poniższych działań ilustruje to zadanie?

$$2 \cdot \frac{1}{4} \quad 2 : 4 \quad 2 : \frac{1}{4}$$



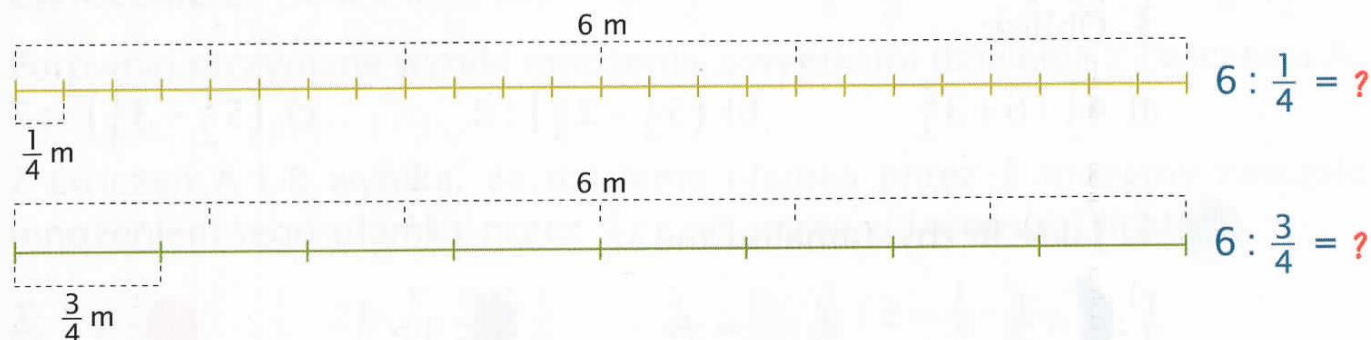


Dzielenie ułamków

ĆWICZENIE B. a) Przyjrzyj się rysunkom i odpowiedz na pytania.

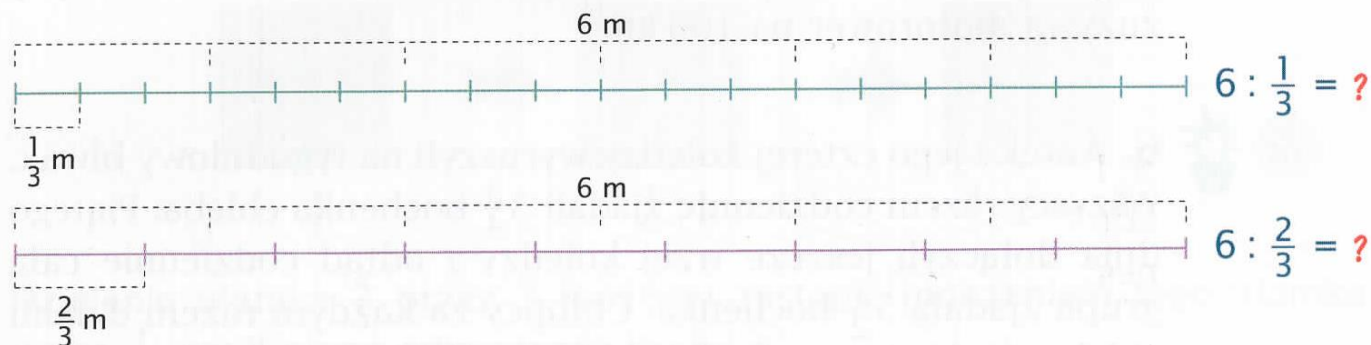
Ile odcinków o długości $\frac{1}{4}$ m mieści się w odcinku o długości 6 m?

Ile odcinków o długości $\frac{3}{4}$ m mieści się w odcinku o długości 6 m?



Ile odcinków o długości $\frac{1}{3}$ m mieści się w odcinku o długości 6 m?

Ile odcinków o długości $\frac{2}{3}$ m mieści się w odcinku o długości 6 m?



A

B

C



Dzielenie ułamków

b) Oblicz: $6 \cdot 4$ $6 \cdot \frac{4}{3}$ $6 \cdot 3$ $6 \cdot \frac{3}{2}$

Rozwiązując ćwiczenie B, mogłeś zauważyć, że dzielenie przez ułamek można zastąpić mnożeniem przez jego odwrotność (na przykład 4 to odwrotność $\frac{1}{4}$, a $\frac{4}{3}$, to odwrotność $\frac{3}{4}$ itd.).

$$6 : \frac{1}{4} = 6 \cdot 4 \quad 6 : \frac{3}{4} = 6 \cdot \frac{4}{3} \quad 6 : \frac{1}{3} = 6 \cdot 3 \quad 6 : \frac{2}{3} = 6 \cdot \frac{3}{2}$$

PRZYKŁADY

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$$

$$2\frac{1}{2} : \frac{4}{5} = \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{4} = \frac{25}{8} = 3\frac{1}{8}$$

$$2\frac{1}{6} : 1\frac{2}{3} = \frac{13}{6} : \frac{5}{3} = \frac{13}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{13}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{13}{10} = 1\frac{3}{10}$$

Aby podzielić liczbę przez ułamek, mnożymy tę liczbę przez odwrotność ułamka.

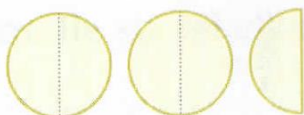
Gdy dzielna lub dzielnik jest liczbą mieszaną, należy ją zamienić na ułamek niewłaściwy.





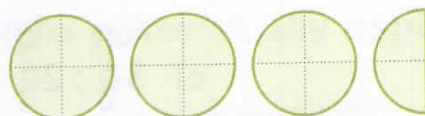
Dzielenie ułamków

1. a) Ile połówek kół mieści się w $2\frac{1}{2}$ koła?



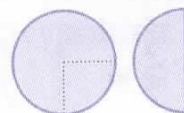
$$2\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = \dots\dots\dots$$

b) Ile ćwiartek kół mieści się w $3\frac{1}{2}$ koła?



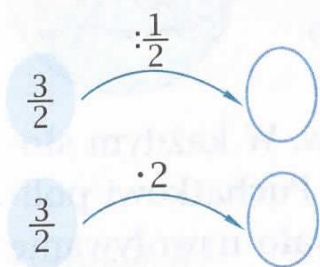
$$3\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \dots\dots\dots$$

c) Ile razy $\frac{3}{4}$ koła mieści się w $1\frac{1}{2}$ koła?

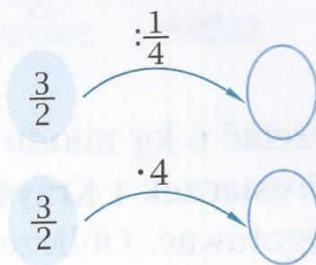


$$1\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \dots\dots\dots$$

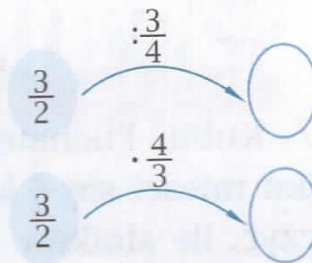
2. Uzupełnij:



$$\frac{3}{2} : \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \cdot 2 = \dots\dots\dots$$



$$\frac{3}{2} : \frac{1}{4} = \frac{3}{2} \cdot \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$



$$\frac{3}{2} : \frac{3}{4} = \frac{3}{2} \cdot \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$





Dzielenie ułamków

3. Oblicz:

a) $\frac{2}{7} : \frac{3}{5} = \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{3} =$

e) $6 : \frac{1}{2} =$

b) $\frac{1}{5} : \frac{2}{3} =$

f) $7 : \frac{3}{4} =$

c) $\frac{3}{7} : \frac{1}{2} =$

g) $12 : \frac{7}{5} =$

d) $\frac{1}{3} : \frac{4}{5} =$

h) $20 : \frac{3}{8} =$

4. Uzupełnij tabelkę:

	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$				2	$\frac{5}{3}$	$\frac{1}{6}$	
$: \frac{2}{3}$				1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$				





Dzielenie ułamków



5. Dopisz brakujące liczniki i mianowniki:

$$\frac{3}{4} : \frac{\quad}{5} = \frac{15}{8}$$

$$\frac{\quad}{7} : \frac{1}{3} = \frac{6}{\quad}$$

$$\frac{3}{\quad} : \frac{4}{\quad} = \frac{15}{16}$$

$$\frac{2}{3} : \frac{\quad}{\quad} = \frac{4}{9}$$

6. Oblicz:

a) $1\frac{1}{3} : \frac{2}{7} = \frac{4}{3} : \frac{2}{7} =$

e) $3\frac{1}{2} : 2\frac{2}{3} = \frac{7}{2} : \frac{8}{3} =$

b) $2\frac{1}{2} : \frac{4}{5} =$

f) $\frac{2}{3} : 1\frac{2}{5} =$

c) $7\frac{2}{5} : \frac{2}{3} =$

g) $\frac{3}{10} : 2\frac{3}{4} =$

d) $10\frac{1}{9} : \frac{1}{2} =$

h) $2\frac{2}{5} : 1\frac{1}{4} =$





Dzielenie ułamków

1. Oblicz:

a) $\frac{1}{4} : \frac{1}{5}$

d) $\frac{3}{7} : \frac{9}{28}$

g) $\frac{7}{8} : 1\frac{5}{16}$

j) $7\frac{1}{5} : 1\frac{1}{5}$

b) $\frac{3}{7} : \frac{2}{5}$

e) $1\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$

h) $\frac{2}{9} : 2\frac{2}{3}$

k) $2\frac{3}{4} : 4\frac{2}{5}$

c) $\frac{2}{3} : \frac{5}{6}$

f) $5\frac{1}{3} : \frac{4}{9}$

i) $3\frac{1}{3} : 1\frac{1}{3}$

l) $1\frac{5}{12} : 1\frac{7}{10}$

2. Pan Konrad zebrał ze swojej działki $22\frac{1}{2}$ kg truskawek. Zawiózł je w kobiałkach na targ. Ile kobiałek zabrał na targ, jeżeli w jednej mieści się $2\frac{1}{2}$ kg truskawek?



